

Manuale per l'insegnante

Gennaio 2016



Il presente progetto è finanziato con il sostegno della Commissione europea. L'autore è il solo responsabile di questa pubblicazione (comunicazione) e la Commissione declina ogni responsabilità sull'uso che potrà essere fatto delle informazioni in essa contenute.

Collaboratori:

Markus Cslovjecssek, Helmut Linneweber-Lammerskitten, Martin Guggisberg, Andreas Richard, Boris Girnat, Daniel Hug and Samuel Inniger (The School of Teacher Education, University of Applied Sciences Northwestern Switzerland)

Peter Ludes (Frankfurt University of Music and Performing Arts, Germany)

Carmen Carrillo, Albert Casals, Cristina González-Martín, Jèssica Perez Moreno, Montserrat Prat and Laia Viladot (Universitat Autònoma de Barcelona, Spain)

Maria Argyriou, Maria Magaliou, Georgios Sitotis, Elissavet Perakaki, Katerina Geralis-Moschou (Greek Association of Primary Music Education Teachers, Greece)

Caroline Hilton, Jennie Henley, Jo Saunders and Graham F. Welch (UCL Institute of Education, Great Britain)

Slávka Kopčáková, Alena Pridavková, Edita Šimčíková and Jana Hudáková (University of Prešov, Slovakia)

Raluca Sassu, Anamaria Cătañă and Mihaela Bucuta (Centre for Research in Psychology, the Lucian Blaga University of Sibiu, Romania)

Copyright © 2016. All rights reserved.

Traduzione dall'originale inglese: Valeria Lucentini

Contenuti

1	Introduzione.....	5
2	Percorsi musicali – l’interconnessione tra musica e matematica.....	7
2.1	Passi creativi per insegnanti e studenti.....	7
2.2	Riconoscimento e produzione di schemi.....	8
2.3	Musica e matematica sono sistemi di segni che si sovrappongono e interagiscono.....	10
3	Le basi dell’apprendimento	15
3.1	Dal compito alla costruzione	15
3.2	Percezione e azione	16
3.3	Fare esperienze.....	17
4	Aspetti educazionali e struttura degli esempi	19
4.1	Contesti di insegnamento e apprendimento	19
4.2	Il ruolo del materiale e dello spazio.....	20
4.3	Struttura degli esempi.....	21
5	Esempi	25
5.1	Percorsi sonori intorno alla scuola	25
5.2	Un salto nel ritmo: moltiplicazioni e metro	29
5.3	Battere le mani sul minimo comune multiplo di 2, 3 e 5	31
5.4	Numeri sonori	35
5.5	Danze dell’angolo	39
5.6	“Twinkle, Twinkle Little Star”	43
6	Conclusioni	47
7	Riferimenti	49

1 Introduzione

Musica e matematica condividono una caratteristica singolare: molte persone credono di non essere bravi nell'una o nell'altra (o in entrambe). Ad ogni modo, frasi come “Non so cantare” o “Non ho mai capito la matematica” probabilmente non negheranno loro la possibilità di avere una carriera di successo, né cambieranno le opinioni degli altri su di loro.

Il progetto ‘Portfolio Europeo della Musica – Matematica (EMP): ‘Percorsi musicali nella matematica’ ambisce all’acquisizione di diverse conoscenze a questo riguardo. Tutti sanno cantare e fare musica, e tutti possono capire la matematica. Entrambi gli argomenti sono parte integrante della nostra vita e della società. Ciò che necessita un miglioramento è la nostra abilità a fornire agli studenti delle opportunità affinché queste discipline piacciono loro.

Unire matematica e musica nelle attività scolastiche non è un’idea nuova. È un dato di fatto che il numero di esempi pubblicati sia in continua crescita. Rincresce il fatto che molti ricercatori si siano concentrati unicamente sull’impiego della musica per aumentare conoscenze matematiche o generali e anche l’intelligenza. Peter Hilton chiarisce questo punto con riferimento ad entrambe le discipline:

[...] la matematica, come la musica, è lodevole di per sé [...]. Ciò non nega la grande utilità della matematica; questa vera utilità, comunque, tende a celare e nascondere l’aspetto culturale della matematica. Il ruolo della musica non soffre di questa distorsione, poiché chiaramente si tratta di un’arte il cui esercizio accresce il compositore, l’esecutore, e il pubblico; la musica non ha bisogno di essere giustificata in base al contributo che dà ad altri aspetti dell’esistenza umana. Nessuno, dopo aver ascoltato una sinfonia di Beethoven, chiede: ‘qual è l’impiego che se ne fa?’ Inoltre, la matematica non guadagna utilità quando il suo pregevole contenuto viene ignorato - al contrario, un apprezzamento della matematica e una comprensione delle sue qualità e dinamiche intrinseche sono necessarie per poter essere in grado di applicarle in modo efficiente. (Gullberg, 1997, p. xvii).

EMP-Maths si rivolge a insegnanti di musica e di matematica, così come a chiunque sia interessato all’esplorazione del mondo di queste due materie.

Il presente manuale consta di tre parti principali. In primo luogo approfondisce le interconnessioni tra matematica e musica. Iniziando con un passo creativo sull’argomento, evidenzia come il riconoscimento di schemi sia un’abilità di base di entrambe le discipline e infine include miti comuni rispettivamente sulla musica come matematica e sulla matematica come musica.

La seconda parte si concentra sulle basi dell’apprendimento e approfondisce la questione del perché la musica e la matematica dovrebbero essere insegnate assieme senza cadere nella trappola di impiegarne una per interesse dell’altra. Co-costruzione, percezione e azione, tanto quanto il fare esperienza, sono parole-chiave prese in considerazione.

La terza parte, la quale costituisce il nocciolo del manuale, è una raccolta di attività che possono essere applicate in classe. Molte attività e suggerimenti sono già disponibili. Noi abbiamo ad incoraggiare chiunque a farne uso. Quelli compresi nel manuale evidenziano un certo numero di ambiti nella matematica quanto nella musica allo scopo di coprire gli ambiti principali: canto, ballo, ascolto, *problem-solving*, numeri, misurazione, ecc. Con tale approccio

vogliamo collegare il progetto agli argomenti di base nei curricula dei paesi partecipanti: Germania, Grecia, Romania, Slovacchia, Spagna, Svizzera e Inghilterra. Tutti gli esempi prendono forma dal concetto di modelli di ideazione didattici.

Questo manuale dell'insegnante presenta delle attività con diversi contenuti matematici e musicali allo scopo di offrire agli insegnanti risorse, idee ed esempi. Queste attività sono pensate per essere estendibili, adattabili a contesti differenti come ai bisogni di ogni insegnante e i suoi studenti. Inoltre, esse non sono pianificate solo per essere portate a termine individualmente; una unità didattica può essere impiegata per dare senso alle altre, o possono anche essere sviluppate in connessione l'una con l'altra.

Oltre che questo manuale per l'insegnante, il progetto fornisce un corso di sviluppo professionale continuo (CPD), una pagina web (<http://maths.emportfolio.eu>) dalla quale tutto il materiale può essere scaricato, e una piattaforma di collaborazione online. Una panoramica generale sulla relativa letteratura è disponibile in alcuni documenti separati.¹ Ulteriori libretti per d'istruzione forniscono del materiale a proposito a una breve panoramica dello sfondo teorico, e costituiscono la base dei corsi CPD. Il progetto 'Sounding Ways into Mathematics' è legato al progetto EMP-Languages 'A Creative Way into Languages' (<http://emportfolio.eu/emp/>).

¹ Vedi anche la correlata 'Literature Review' (Hilton, Saunders, Henley, & Henriksson, 2015) e 'State of the Art Paper' (Saunders, Hilton, and Welch, 2015).

2 Percorsi musicali – l’interconnessione tra musica e matematica

2.1 Passi creativi per insegnanti e studenti

L’apprendimento e l’insegnamento che uniscono discipline differenti spesso creano nuovi approcci per risolvere problemi e forniscono a tutte le persone coinvolte nuovi punti di vista sul materiale. Strade già note possono essere abbandonate, specialmente se correlate a emozioni negative, per intraprenderne di nuove e migliori.

La combinazione della disciplina musicale e quella matematica nel progetto EMP-Maths fornisce argomenti e metodi che provengono dai due campi di studio per arricchire i processi di insegnamento e apprendimento. Da questo punto, nuove combinazioni possono essere create con una selezione di esempi. Questo manuale si propone di guidare gli insegnanti in questo compito creativo e semplificare alcuni processi comuni.

La combinazione di due argomenti accademici richiede creatività. Con creatività si intende qui quanto segue:

- Le selezioni devono essere fatte partendo da argomenti e metodi disponibili in entrambe le discipline. Questi metodi e argomenti dovrebbero supportare e potenziare lo sviluppo musicale e matematico degli studenti. Essere creativi, secondo Poincaré (1948), significa trovare una nuova combinazione degli argomenti forniti (cfr. Hümmer et al. 2011, pp. 178–179).
- Con queste nuove combinazioni, non esiste una pratica standard approvata per realizzare la lezione. Essere creativi, nell’opinione di Eryynck (1991), significa trovare nuove strade che “deviano dai tentativi stabiliti e prevedibili” (Hümmer et al. 2011, p. 179).
- Questi percorsi appena trovati non sarebbero creativi se non fossero adattabili (Sternberg & Lubart, 2000). In questo caso essere creativi riguarda “l’abilità di presentare un risultato inaspettato e inventivo che sia discutibilmente adattabile” (Hümmer et al. 2011, p. 179).

Questi aspetti di creatività (matematica e musicale) possono essere adattati, da un lato a processi creativi di sviluppo di attività nel progetto EMP-Maths e, dall’altro alle riflessioni di tutti gli insegnanti e studenti che partecipano alle attività.

In generale, nella moltitudine di argomenti, molti possono essere selezionati per diventare le due discipline correlate. Ogni connessione crea nuovi percorsi attraverso la combinazione di matematica e musica. Certamente, questi percorsi non sono standardizzati. Allo stesso tempo emergono nuovi accessi adattivi alla matematica e alla musica. Questo aspetto è stato aggiunto alla descrizione delle variazioni nel contesto delle attività elaborate.

Le attività stesse fanno da cornice al processo creativo di tutti i partecipanti. Nuovi percorsi forniscono nuove esperienze per quegli studenti che sarebbero altrimenti scettici riguardo alle attività matematiche e musicali, e aiutano a ridurre lo scetticismo. Per di più, approcci diversi aiutano a superare difficoltà reali e forniscono agli attori coinvolti lo spazio per acquisire esperienze in entrambe le discipline.

2.2 Riconoscimento e produzione di schemi

Il riconoscimento di schemi è un'attività umana di base legata alla consapevolezza. La produzione di schemi significa, prima di tutto, prestare *attenzione* alle strutture di connessione (Bateson, 2002, p. 16). Alcune teorie affermano che l'attenzione sia organizzata ritmicamente. (Auhagen, 2008, p. 444). L'attenzione per, e la consapevolezza di meccanismi di connessione possono essere osservati molto frequentemente nei bambini, e questi spesso includono espressioni di felicità: il salto con la corda o nelle pozzanghere, così come la produzione di rumori ritmici con dei bastoncini su di una ringhiera, sono felici attività infantili. La competenza umana per la sincronizzazione ritmica, come anche per il riconoscimento di schemi, ha inizio nella prima infanzia e pare sia incoraggiata dal far saltellare i bambini sulle ginocchia (Fischinger & Kopiez, 2008, p. 459).

Gli esseri umani possiedono la capacità di seguire schemi ritmici sin dall'inizio della vita. Alcuni esperimenti con dei neonati ne danno prova in quanto essi si dimostrano capaci di discernere i battiti ritmici da quelli non ritmici (Gembris, 1998, pp. 403f.). Anche nel primo periodo, mentre galleggiano nell'utero della madre, i movimenti delle loro gambe mostrano degli schemi ritmici, che vanno a tempo con il battito cardiaco della madre (Gruhn, 2005, p. 126). Queste prime abilità musicali ritmiche hanno in comune il fatto che il bambino sia capace di riconoscere gli schemi e di correggerli oppure, come ha notato Björn Merker, di “sincronizzare un battito ripetuto” (Merker, 2000, p. 59). Nelle fasi seguenti della crescita è ovvio il coinvolgimento in innumerevoli attività, perlopiù legate al gioco (ad esempio con una palla in gruppo), gradualmente sempre più complesse – come quando si accompagnano schemi ritmici linguistici e le rime con dei movimenti – comprese le attività di canto.

“L'analisi di schemi e la descrizione delle loro regolarità e proprietà è uno degli scopi della matematica, che Alan H. Schoenfeld (1992, p. 334) descrive come ‘... un soggetto vivente che cerca di comprendere degli schemi i quali permeano il mondo intorno a noi e la mente dentro di noi’. Keith Devlin va oltre nel descrivere la matematica e la scienza degli schemi: ‘Solo negli ultimi vent'anni circa è emersa una definizione di matematica sulla quale la maggior parte dei matematici ora concordano: la matematica è la scienza degli schemi’ (Devlin, 2003, p. 3) (Vogel, 2005, p. 445).

Un ulteriore aspetto importante del riconoscimento degli schemi è la classificazione o suddivisione (*chunking*) (Jourdain, 2001, p. 163). Le polirematiche sono piccoli pacchetti di informazioni che possiamo maneggiare come una unità.² Queste polirematiche sono trattate in modo gerarchico. Da piccole unità, ne sono create di più grandi. A partire da queste sono costruite unità sempre più grandi e via dicendo. È un dato di fatto che noi creiamo degli schemi allo scopo di suddividerli. Ascoltare una sequenza di suoni costante o simile porta alla creazione di gruppi di due o tre (Auhagen, 2008, p. 439), e perciò alla costruzione di schemi (ritmici). Allo stesso modo, la vicinanza e comportamenti simili sono tutti elementi che permettono il riconoscimento di schemi mentali. Non solo noi sappiamo riconoscere degli schemi, ma anche costruirli e attribuire loro un significato.

² Vedi anche il manuale per insegnanti per EMP-Maths Languages, pp. 21–24:
http://empportfolio.eu/emp/images/stories/materials/EMP_Teachers_Handbook_Final_2012.pdf

Ad esempio, il significato di queste unità per le interazioni con gli schemi (Vogel, 2005, p. 446) assume importanza durante l'esplorazione di schemi geometrici. „Durante l'esplorazione è importante che vengano scoperti gli elementi di base o le unità del fenomeno” (ibid.). Solo l'identificazione di queste unità di base permettono all'analisi matematica ornamenti complessi e ne chiariscono la fascinazione.

I compositori utilizzano questa capacità per scrivere dei pezzi polifonici per strumenti monodici. Essi raggruppano i suoni in un modo che per le nostre orecchie e la nostra mente significa “ascoltare” due o più voci differenti. Il riconoscimento di schemi è un compito importante per l'ascolto di suoni (Bharucha & Mencl, W. Einar, 1996). Il riconoscimento dei suoni o degli strumenti e le equivalenze di ottave è un compito concernente il riconoscimento di schemi, come lo è la nostra abilità di categorizzare i suoni Do, Re, Mi, Fa, Sol, La e Si come una scala maggiore e riconoscere la stessa melodia quando viene suonata in una tonalità diversa. Ciò mostra “che note e tonalità possono fornire rappresentazioni invariate di altezze diverse” (Bharucha & Mencl, W. Einar, 1996, p. 149). Bharucha et alii suggeriscono che “gli ascoltatori occidentali sembrano possedere una rappresentazione altamente elaborata delle tonalità e le loro relazioni” (ibid., p. 148). Diversi studi mostrano che ciò è importante anche per le capacità di canto a prima vista (Fine, Berry, & Rosner, 2006; Waters, Underwood, & Findlay, 1997). Questo vale in particolare per la capacità di predire i suoni che seguiranno all'interno di una sequenza; questa abilità è migliore quando questi suoni fanno parte di melodie tonali o schemi ben conosciuti.

Il bisogno di riconoscimento di schemi e sincronizzazione è radicato nella natura. Piccoli animali che cacciano quelli più grandi sincronizzano i loro passi allo scopo di catturarli (Fischinger & Kopiez, 2008, p. 460), e gli scimpanzé sincronizzano la loro voce per aumentare la distanza a cui possono essere sentiti (Merker, 2000).

Il giochi d'infanzia sopra menzionati, come anche attività quali il saltare la corda, saltare le pozzanghere e ballare, sono occasioni per esercitare la coordinazione e il riconoscimento di schemi (Spychiger, 2015a).

Il riconoscimento di schemi e il raggruppamento ci permettono di compiere azioni simultanee: marciare, remare, applaudire e una suonare sinfonia. Svolgere delle attività assieme ad altre persone (e informarle riguardo a ciò) rafforza il gruppo, attrae le femmine e tiene i nemici a distanza; ciò vale presso un falò in un contesto ricreativo come anche nella giungla profonda, dove gli scimpanzé fanno esattamente la stessa cosa (Merker, 2000). Quando le attività sono svolte in completa sincronia, sono più rumorose e più efficaci.

Il raggruppamento è anche una tecnica importante che può essere impiegata per memorizzare i numeri. La memoria a breve termine degli esseri umani è in grado (in media) di trattenere fino a sette notizie. Se dovessimo memorizzare il numero 1685175017561791, potremmo raggrupparlo in 1685, 1750, 1756 e 1791, che sono rispettivamente gli anni di nascita e morte di J.S. Bach e W.A. Mozart. Se non troviamo un così conveniente esempio, gruppi di due o tre numeri funzionano al meglio (ad es. per memorizzare dei numeri telefonici). Ciò è legato alla sfera del ritmo, per il quale noi tendiamo a raggruppare gli eventi a due o a tre. Le attività di raggruppamento costituiscono alcuni degli esempi inclusi nel manuale dell'insegnante.

Il riconoscimento di schemi è al centro delle caratteristiche che le attività matematiche e musicali condividono.

In ogni tipo di attività umana, le persone mostrano non solo come essi siano capaci di riconoscere schemi, ma anche di crearli e riprodurli. Questo ci porta al modello circolare della funzione semiotica, che si rivolge all'integrazione di quei due aspetti del comportamento umano, la percezione e l'azione, come verrà spiegato nel capitolo seguente (figura 1).

2.3 Musica e matematica sono sistemi di segni che si sovrappongono e interagiscono

Pitagora fu una delle prime persone a descrivere il suono e l'altezza come relazioni matematiche basate su un sistema di armonici. Questa intuizione musicale ha aggiunto valore intellettuale e umano alla musica, che in precedenza faceva parte del mondo divino. Da allora la musica è stata vista come "una disciplina accademica". La pratica musicale fu divisa nei due campi professionali del "*musicus* e *cantor* [...]" nel primo millennio a.C." allo scopo di separare gli aspetti emotivi della musica da quelli intellettuali, e gli animali dagli esseri umani (Spychiger, 1995, p. 54). Questa dicotomia portò infine alla credenza che la musica *fosse* in effetti un sistema matematico. Mentre la parte intellettuale della musica, la parte che può essere spiegata matematicamente apparteneva agli esseri umani, il valore emotivo della musica non era preso in considerazione.

Questa relazione tra musica e matematica portò all'idea che la musica si potesse usare per aumentare le conoscenze matematiche, i risultati accademici e l'intelligenza in generale (Kelstrom, 1998). Alcune ricerche collegate conclusero infine il cosiddetto effetto Mozart (Hilton, Saunders, Henley, & Henriksson, 2015, p. 18), affermando che la capacità intellettuale potrebbe essere migliorata dall'ascolto della musica di Mozart (Rauscher, Shaw, & Ky, 1995). Inoltre, altri studi sono stati compiuti per provare gli effetti positivi dell'aumento dell'apprendimento musicale sul comportamento sociale, sul concetto di sé, e sulla motivazione (Costa-Giomi, 2004; Smolej Fritz & Peklaj, 2011). Ma tutte queste scoperte provarono come i benefici dell'educazione musicale non fossero maggiori di quelli ottenuti dalla regolare pratica sportiva (Simpkins, Vest, & Becnel, 2010).

Pitagora e la musica

La prima ricorrenza della descrizione della musica mediante l'uso di simboli matematici ci arriva da Pitagora (Henning, 2009; Weber, 1991), il quale scoprì i principi fisici che stanno alla base la musica occidentale. Egli usò il monocordo per compiere il primo esperimento e scoprì che la relazione degli armonici è costante e relativa alla lunghezza della corda. Inoltre, la relazione 2:3:4:5 dei primi quattro armonici è fondamentale anche in geometria e fu usata per le piramidi e le tombe egizie (Weber, 1991, pp. 19–20).

Ma, oltre a ciò, il sistema armonico è molto più complicato e sviluppare una scala moderna a partire solo da questi principi risulta quasi impossibile (Hindemith, 1940). Solo gli intervalli di ottava, quinta, quarta e terza sono parti fondamentali di un sistema armonico. Tutto il resto è

costruito in modo teorico o appreso attraverso anni di acculturazione, ma non può essere spiegato facilmente all'interno del sistema armonico.

Simboli numerici nel lavoro di J.S. Bach e altri

Un'altra importante discussione musico-matematica concerne l'utilizzo simbolico di numeri nella musica rinascimentale e barocca (Achermann, 2003; Egeler-Wittmann, 2004; Stoll, 2001a). Una tecnica predominante è la transizione di nomi attraverso numeri nella composizione. Ogni lettera era connessa alla propria posizione nell'alfabeto (a=1, b=2, ecc.) e i nomi formati dalla somma. Il numero risultante è stato impiegato per determinare i numeri di battute e/o note per sezione. J.S. Bach, ad esempio, era particolarmente legato al numero 14 (Buchborn, 2004). Un ulteriore esempio di questa tecnica, descritta da Stoll (Stoll, 2001a), prevedeva l'incorporazione dei nomi delle persone che avevano finanziato il compositore all'interno del brano di musica.

Sebbene ciò mostri l'impiego di numeri, relazioni e matematica di base, indica anche il desiderio dei compositori di trasmettere messaggi segreti o firme, forse noti unicamente a loro. Questo è un desiderio che essi soddisfecero applicando il pensiero matematico al loro processo compositivo.

Numeri, serie e simmetrie – la musica contemporanea e il bisogno di strutture formali

Dopo l'abbandono del sistema armonico e le sue conseguenze formali all'inizio del XX secolo, i compositori iniziarono a cercare nuovi sistemi per fornire alla musica una struttura formale distintiva. Il serialismo quindi, cominciò ad organizzare tutti i parametri musicali (durata, dinamica, altezza) attorno ai 12 semitoni. Tuttavia, ciò non portò ancora ad una soluzione per quanto riguarda la struttura formale di brani completi. Le prime composizioni seriali (ad es. *Mode de valeurs et d'intensités* di Messiaen, 1949) sembrano perciò iniziare e finire senza una ragione apparente; esse potrebbero andare avanti per sempre. Il suo sistema di ritmi irreversibile dimostrò quindi il nuovo bisogno di simmetria nella musica senza che Messiaen stesso potesse trovare una soluzione.

Successivamente, Pierre Boulez, Luigi Nono e Karlheinz Stockhausen elaborarono dei sistemi che ricorrevano a serie numeriche predefinite come principi di base per le loro composizioni. Essi impiegavano un metodo per calcolare tabelle di numeri che definissero non solo gli aspetti delle singole note (tempo, altezza, dinamica), ma anche aspetti della struttura formale dell'intero brano musicale (durata totale, indicazioni di tempo, numero di battute) (Decroupet, 1995; Henning, 2009; Lehmann, 2009; Stoll, 2001b). Molto popolare a quel tempo erano la serie di Fibonacci e la proporzione aurea, legate l'una all'altra. Con queste tecniche, i compositori volevano introdurre nelle loro composizioni ordini simmetrici più alti e regole andate perdute assieme alla tessitura del sistema armonico e le sue simmetrie interne. Un ulteriore approccio è mostrato da Tom Johnson, il quale 'conta' la musica (Nimczik, 2002).

La connessione tra matematica e musica, in questo caso, non era dovuta alla vicinanza delle due discipline, ma al fatto che i parametri musicali possono essere trasformati e organizzati

impiegando tecniche matematiche, e viceversa. I sistemi di segni sottostanti alla musica (notazione) e alla matematica (numeri) sono, in un certo senso, compatibili. Le relazioni e le simmetrie matematiche sono state utilizzate per determinare la struttura musicale.

Teorie semiotiche nella matematica e nella musica

Le prime teorie semiotiche descrissero la comunicazione come un processo lineare in cui l'informazione era direttamente trasferita da una persona ad un'altra. Charles S. Pearce invece sviluppò la classificazione triadica del processo semiotico, con Il Sistema soggetto-oggetto-sistema di segni. Tuttavia, questo sistema definisce i processi di comunicazione. La musica, perciò, non era vista come un sistema di segni, prima di tutto perché “non ha un oggetto di cui è significante” (Spychiger, 2001, p. 55), e anche perché non è la base di validi processi di comunicazione.

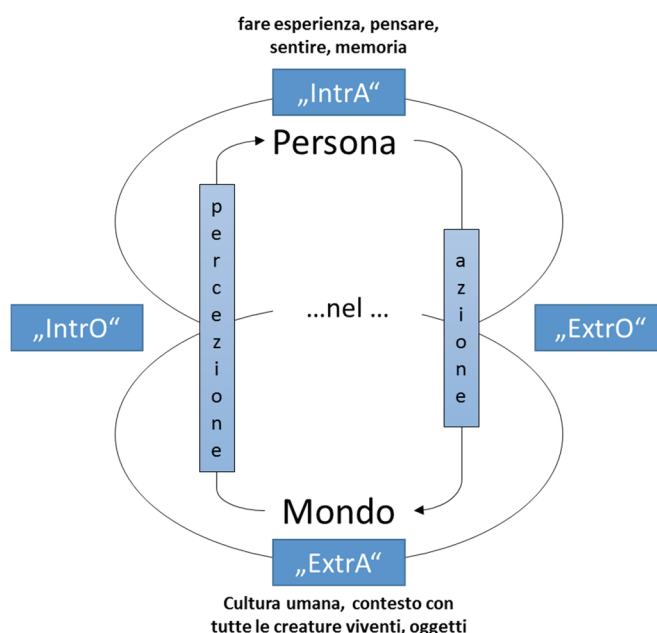


Figure 1: Modello fisiologico generale della relazione persona-mondo. Circolo semiotico delle funzioni (secondo Lang, 1993)

Alfred Lang (1993) elaborò un modello semiotico basato sul modo in cui una persona si relaziona con il mondo. Esso considera il sistema di segni come la base della percezione e dell'azione umana in un modo ininterrotto, come mostrato nel circolo semiotico delle funzioni (figura 1).³ Questo approccio nega il bisogno di una distinzione tra soggetto e oggetto, e invece distingue tra processi che “hanno luogo all'interno della persona e [...] al di fuori della persona” (Spychiger, 2001, p. 57), ricorrendo ai termini di ‘presentante’ (in luogo dell'oggetto) e ‘interpretante’ (in luogo del soggetto). I processi musicali mentali, quindi, sono di tipo circolare; una *percezione musicale* (‘IntrO’, che cosa entra) porta alla *esperienza musicale* (‘IntrA’, ciò che avviene all'interno di una persona) che può evocare la *produzione musicale* (‘ExtrO’, ciò che dalla persona esce verso il mondo). “Queste azioni musicali poi si manifestano al di fuori della persona: come

³ Riassunto in Sychiger (2001, p. 56).

cultura musicale” (che è ‘Extra’, ibid., p. 58). Questo punto chiude il cerchio, il quale crea ancora nuove opportunità di percezione musicale (come le frecce mostrano nella figura 1).

La concezione della musica come un sistema di segni indipendente ne rende possibile la comparazione con altri sistemi, ad es. quelli matematici, senza tralasciare la ragione indipendente della musica. Possiamo cercare e trovare principi musicali che si possano spiegare matematicamente. La musica è piena di simmetrie, e la notazione è un sistema di precisione matematica.

Abbandonando il pensiero lineare, molti altri sistemi di segni furono possibile e un maggior numero di aspetti comunicativi (gestualità, mimica) poterono essere visti come sistemi di segni indipendenti. Nelle comunicazioni correnti tutti questi sistemi interagiscono e formano un insieme semiotico (Arzarello, 2015). Nelle teorie educative moderne per l’insegnamento e l’apprendimento questi insiemi giocano un ruolo importante perché, con questo approccio, i processi di insegnamento e l’interazione in classe possono essere descritti in modo molto più preciso.

Prendendo in considerazione la musica e la matematica come sistemi di segni appropriati, la teoria degli insiemi semiotici e i progetti interdisciplinari possono assumere un nuovo significato. Esattamente come la gestualità e la mimica completano la comunicazione uditiva, la matematica può essere impiegata per spiegare la musica, e viceversa. Per darle un nome semplice la chiameremo *metafora*, ad es. il principio matematico del minimo comune multiplo è una descrizione metaforica di processi poliritmici. Viceversa, gli armonici sono metafore di rapporti di durata costante e frazioni. Proprio come le metafore testuali, le nostre metafore non rappresentano in modo esatto il principio che sta alla base, ma ci aiutano a capire le relazioni e i principi.

Sebbene non si creda che la musica sia un sistema matematico e viceversa, ci sono numerose correlazioni tra questi due mondi (Bamberger, 2010; Brüning, 2003; Christmann, 2011; Lorenz, 2003). Attraverso il concetto di insiemi semiotici, vogliamo sviluppare un contesto creativo di apprendimento (come verrà mostrato in modo dettagliato nel capitolo 4.1) per mettere assieme diversi sistemi semiotici.

3 Le basi dell'apprendimento

3.1 Dal compito alla costruzione

Questo capitolo si occupa di due aspetti dell'apprendimento. Il compito simboleggia il punto d'inizio dei processi di apprendimento. I compiti possono essere caratterizzati in modo “che essi si riferiscano sempre a qualcosa che manca” (Girmes, 2003, p. 6). In questo modo il compito verrà trasformato in una fonte di apprendimento, poiché gli allievi avranno bisogno di colmare il divario identificato. Certamente è necessario distinguere tra “compiti di vita” e “compiti scolastici” (cfr. Girmes, 2003, p. 8). I “compiti di vita” si manifestano “nell'incontro tra essere umano e il mondo senza che nessuno formuli un compito per gli altri ...” (ibid.). I compiti scolastici, i cosiddetti “compiti di apprendimento” (ibid., p. 10), sono allestiti e progettati in modo professionale.

Nei processi di realizzazione dei compiti, le condizioni della struttura istituzionale e la visione del mondo dell'insegnante diventano operativi. Il grado di libertà di tali compiti può oscillare molto. Esso si riferisce alla libertà di azione concessa agli allievi mentre eseguono il loro compito. Se metodi e risultati sono definiti in modo esatto, la libertà di azione degli allievi è molto bassa. D'altro canto, il grado di libertà di compiti aperti che sono incorporati nel contesto di apprendimento, è spesso alto. In base alla conoscenza pregressa dell'individuo e le sue capacità cognitive, si può venire incontro agli interessi e alle motivazioni degli alunni, che possono essere coinvolti in modi diversi quando si elaborano i compiti. Questi modi differenti portano spesso a differenti risultati, che rientrano nello spettro di risultati possibili.

Il concetto di costruzione rappresenta il seguente processo di apprendimento. Questo concetto di apprendimento enfatizza l'attività propria del singolo individuo. L'insegnante fornisce dei suggerimenti, che sono accolti dagli allievi allo scopo di supportare l'attività e la costruzione della conoscenza autocontrollata. Inoltre, l'inclusione di momenti situazionali di situazioni di apprendimento concreto si concentra sull'importanza dei processi di integrazione tra allievi e insegnanti (Gerstenmaier & Mandl, 1995; Greeno, 1989) al fine di abbracciare la struttura istituzionale, socio-culturale e motivazionale, come anche i prerequisiti intenzionali degli allievi.

Affrontare compiti di matematica rappresenta un aspetto centrale del normale lavoro educativo di allievi e insegnanti. In risposta alla diversità degli allievi, i compiti sono attualmente pianificati in un modo che permetta a questi ultimi di scegliere diversi approcci, ad es. possono essere modellati sul rispettivo livello degli allievi e le loro conoscenze matematiche e musicali pregresse. Dopo una prima fase individuale, i singoli approcci vengono spesso discussi in gruppi più ampi. L'attivazione degli allievi, nel senso di una scoperta della matematica o della musica, resta in primo piano.

Molto spesso l'approccio “think-pair-share” (coppia che pensa assieme) (cfr. Barzel, Büchter, & Leuders, 2007, pp. 118–123) in prima istanza permette ad una persona di analizzare il compito senza l'influenza delle idee dell'altro allievo. La fase in coppia è intesa come scambio con il compagno di apprendimento; la parziale condivisione ‘pubblica’ di questa fase offre spazio

a pensieri infiniti. Solo nell'ultima fase si coinvolge la classe intera. Ciò di solito viene affrontato in forma di presentazioni che sono poi discusse in forma plenaria. Il modo di affrontare i compiti porta alla costruzione di una conoscenza individuale, la quale, nella fase di coppia e di condivisione, può essere sviluppata ulteriormente in modo discorsivo; da ciò infine si arriva ai processi co-costruttivi. Questo concetto di co-costruzione si riferisce alla costruzione di conoscenza condivisa raggiunta attraverso lo scambio sociale (cfr. Brandt & Höck, 2011).

Contrariamente all'apprendimento matematico, quello musicale spesso inizia con processi di gruppo. Nel gruppo solitamente l'apprendimento musicale attraverso l'interazione è possibile, ad es. "botta e risposta" (Spychiger, 2015a, p. 57). Le esperienze con l'efficacia di azioni individuali su uno sfondo di azioni comuni hanno un certo significato nelle lezioni di musica. Ad esempio, un individuo che canta in un coro come parte di un "tutto" più grande è in grado di raggiungere espressione in esecuzioni pubbliche (Spychiger, 2015a, p. 53). Inoltre l'imitazione gioca un ruolo nei processi di apprendimento musicale, specialmente nell'insegnamento o nell'apprendimento di uno strumento.

Entrambi i processi, in matematica come anche in musica, si sovrappongono tra i poli 'apprendimento individuale' e 'apprendimento di gruppo' in modo circolare per migliorare le capacità di *problem-solving*. Complessivamente l'apprendimento matematico e musicale in un senso costruttivistico possono essere descritti come processi *action-oriented*, ben collocati e sociali (cfr. Reinmann-Rothmeier & Mandl, 2001; Spsychiger, 2015a).

I compiti di apprendimento inseriti nelle attività del progetto EMP sostengono il potenziale dei principi di costruzione e di co-costruzione e accettano gli approcci metodologici della matematica e della musica.

3.2 Percezione e azione

Percezione e azione sono elementi centrali del circolo semiotico delle funzioni, il quale descrive l'interazione persona-mondo: la percezione porta le informazioni alla persona mentre, attraverso l'azione, la persona interagisce con il mondo. All'interno della persona la percezione crea conoscenza e l'azione crea cultura nel mondo (vedi il capitolo 2.3, figure 1).

Nell'educazione musicale questa unità non è sempre stata ovvia; l'educazione musicale è stata per molti anni nient'altro che una serie di lezioni di canto. Solo negli anni Venti del Novecento (in Germania), con la riforma di Leo Kestenberg, l'educazione musicale si sviluppò per trovare un posto all'interno della comunità scientifica, diventando una preoccupazione per l'educazione degli insegnanti come anche nelle scuole.

Eppure per lungo tempo l'azione e la percezione sono stati elementi concorrenti nella filosofia dell'educazione musicale (Spychiger, 1997). Particolarmente conosciuto è da un lato il dibattito tra Bennett Reimer e David Elliott. Reimer, secondo cui "i programmi scolastici di musica esistono [solamente] per fornire alla comunità una varietà di servizi sociali" (Reimer, 1989, p. 24). Di conseguenza egli volle rinforzare la percezione (come esperienze estetiche) della musica nell'offerta formativa.

David Elliott, d'altro canto, critica la prevalenza della musica classica nel piano di studi e la corrispondenza di concetti di insegnamento, specialmente la mancanza di accettazione di elementi affettivi (Elliott, 1987). Assieme a Christopher Small, Elliott sostiene il far musica – *musicking* – come elemento centrale della lezione (Elliott & Silverman, 2014; Small, 1998). Con il circolo semiotico delle funzioni, Maria Spychiger mostra l'importanza di entrambi gli elementi – azione e percezione – per l'educazione musicale (Spychiger, 1997), come è stato mostrato nel modello generale della vita umana nel suo insieme.

Nella moderna educazione matematica, l'interazione di percezione e azione sta diventando sempre più importante. Livelli diversi di comunicazione dovrebbero lavorare assieme in raggruppamenti semiotici (Arzarello, 2015) e gli studenti dovrebbero usare i cicli di azione e percezione per sviluppare conoscenze matematiche.

Un elemento centrale della matematica è lo sguardo ravvicinato. L'identificazione di schemi e la loro traslazione in sistemi di segni è un compito centrale della matematica. Le ripetizioni, e quindi, le regolarità possono essere trovate osservando i simboli scritti. Queste regolarità sono la base delle conoscenze matematiche. Durante le lezioni, gli studenti ricostruiscono questo metodo. I compiti matematici servono come stimoli per delle attività che si svolgono sulla carta. Con l'analisi di queste attività, basate sulla percezione, le regolarità sono trovate e trasformate in consapevolezza.

La scoperta di aspetti matematici nei fenomeni quotidiani funziona allo stesso modo. Il processo di modellamento trasferisce aspetti centrali delle situazioni reali in un modello realistico che contiene elementi strutturali centrali della situazione reale. Questo è il fondamento di un modello matematico. L'azione spinge i bambini a scoprire le regolarità matematiche e i principi strutturali durante le lezioni. In questo contesto fare matematica sarebbe il concetto che corrisponde al fare musica. Tutte le attività proposte uniscono elementi di azione e di percezione per aprire le menti ed incoraggiare le emozioni.

3.3 Fare esperienze

Le attività elaborate in questo progetto sono intese per aprire dei contesti di apprendimento in cui possano formarsi delle esperienze matematiche e musicali. Contenuti musicali e matematici sono perciò uniti. Essi dovrebbero fornire nuove prospettive per entrambe le discipline. Ambienti di apprendimento interdisciplinare fungono da cornice a questo contesto in modo differente e perciò permettono delle esperienze che non sarebbero possibili in situazioni di apprendimento strutturate secondo la materia insegnata (*subject-oriented*).

Secondo John Dewey (1925; 1980/1934) “l'esperienza” è un “evento interattivo comprensivo, che include componenti non solo cognitive ma anche affettive, emozionali ed estetiche” (Neubert, 2008, pp. 234–235). Adottiamo il suo approccio, il quale non mette al centro dell'apprendimento il sapere, quanto invece “l'esperienza”. Per prima cosa, prima della riflessione e del pensiero, siamo immersi nei sentimenti, nella percezione estetica e nelle impressioni sulla situazione attuale (ibid., p. 235).

Una sequenza è estrapolata intuitivamente dal “corso degli eventi” (Spychiger, 2015b, p. 111), ed è trasformata in un’esperienza da questa enfasi. L’esperienza reale è un’unità temporalmente limitata di tipo emozionale, carattere descrittivo e contenuto identificabile: “Quelle cose, delle quali noi diciamo essere state un’esperienza mentre le ricordiamo [...] – un litigio con qualcuno che una volta era un amico intimo, una catastrofe infine evitata per un soffio [...], quel pranzo nel ristorante di Parigi [...]” (Dewey, 1980/1934, p. 37). Secondo Dewey, le esperienze sono ulteriormente segnate dal loro carattere comunicativo. Attraverso l’interazione, le persone possono partecipare alle esperienze degli altri e potenzialmente ottenere altre prospettive riguardo le loro stesse esperienze (cfr. Neubert, 2008, p. 238).

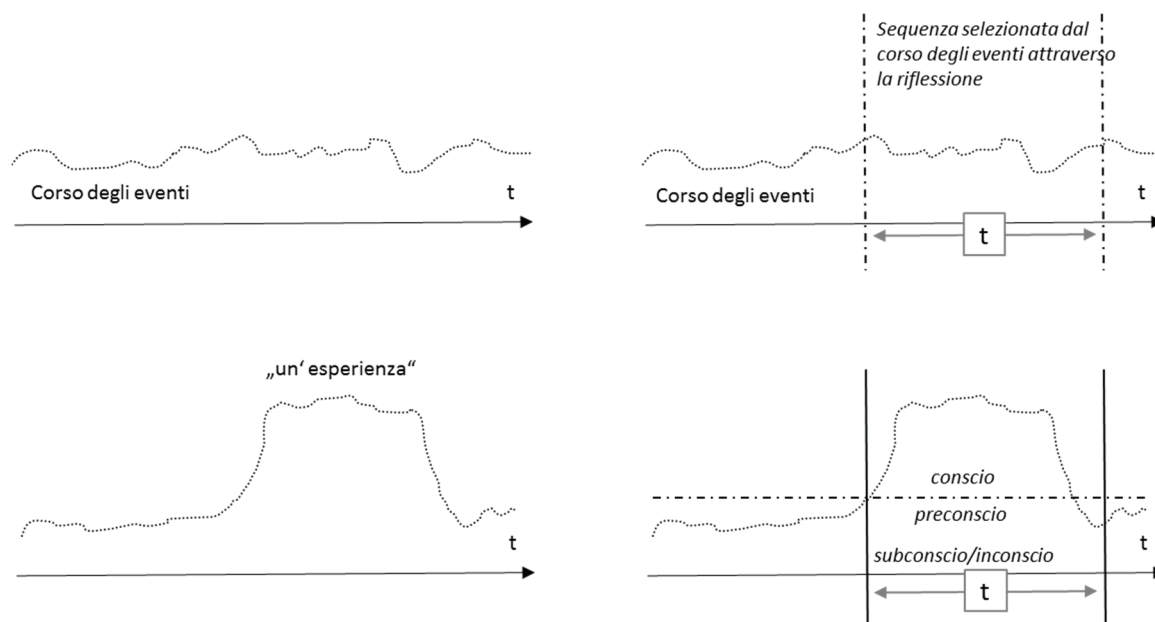


Figure 2: Esperienza (Spychiger, 2015, p. 112)

Contrariamente al contesto di Dewey, le attività di EMP-Maths forniscono situazioni di apprendimento in cui siano possibili le esperienze.

Le attività di EMP-Maths sono sviluppate allo scopo di provocare coinvolgenti eventi matematici e musicali (vedi figure 2). La base situazionale dei partecipanti, affinché abbiano nuove esperienze con la matematica e la musica, o entrambe, è creata attraverso l’attenzione per la selezione di eventi particolari, ad esempio attraverso la riflessione e la discussione di gruppo. Questo approccio può aiutare a cambiare l’immagine inconsapevole che abbiamo della matematica e della musica attraverso le esperienze nelle attività del EMP-Maths.

4 Aspetti educazionali e struttura degli esempi

4.1 Contesti di insegnamento e apprendimento

I termini ‘insegnamento’ e ‘ambiente di apprendimento’ furono sviluppati in un momento in cui si stavano elaborando delle alternative all’educazione centrata sull’insegnante. La ricerca di nuove forme di insegnamento e apprendimento è spesso legata ad un cambio di attitudine rivolta all’apprendimento stesso. Oggi gli approcci costruttivisti stabiliscono la nostra comprensione dell’apprendimento. L’idea dominante riguardo l’apprendimento è che esso sia un processo di costruzione situazionale della conoscenza, incorporato al contesto e alla cultura (Greeno, 1989). Inoltre si assume che l’apprendimento sia realizzato tra l’allievo e l’insegnante (Krummheuer, 2007, p. 62).

L’apprendimento in un ambiente concepito per una costruzione del sapere, si basa su dei principi programmati. Questi principi trovano la loro espressione in diversi approcci informativi costruttivisti. Alcuni esempi sono l’approccio “*anchored-instruction*” (ancorato ad una situazione reale), l’approccio di flessibilità cognitive, e l’approccio di tirocinio cognitivo. Questi approcci, degli anni Novanta del Novecento, hanno un aspetto in comune: gli insegnanti programmano una “stanza di apprendimento” nella quale gli allievi vengono introdotti in modo pratico al pensiero e all’azione professionale. Questi tipi di contesti di insegnamento e apprendimento possono essere descritti nel seguente modo: “un ambiente di apprendimento è un posto in cui le persone possono attingere alle risorse per dare senso alle cose e elaborare soluzioni significative ai problemi” (Wilson, 1996, p. 3). La definizione per questo tipo di contesto di apprendimento costruttivista è, secondo Wilson (1996, p. 5):

... un luogo in cui gli allievi possono lavorare assieme e supportarsi l’un l’altro poiché essi utilizzano una varietà di strumenti e fonti di informazione all’interno dell’ambiente programmato per gli obiettivi di apprendimento e le attività di *problem-solving*.

Questa definizione mostra chiaramente che i contesti di insegnamento e apprendimento creano degli spazi per gli allievi e, allo stesso tempo, sono predisposti dagli insegnanti. Perciò, l’apprendimento in questo ambiente è ancora istituzionalizzato, poiché pianificato anticipatamente e progettato appositamente, ma esso genera degli spazi creativi per l’allievo per metterlo da solo a contatto con il materiale.

Pensare all’istruzione come ad un ambiente dà enfasi al ‘luogo’ o allo ‘spazio’ dove avviene l’apprendimento. Come minimo, un contesto di apprendimento contiene l’allievo, un ‘ambiente’ o ‘spazio’ all’interno del quale l’insegnante agisce, utilizzando strumenti e dispositivi, raccogliendo e interpretando informazioni, interagendo forse con gli altri, ecc. (Wilson, 1996, p. 4).

Attualmente il termine ‘ambiente di apprendimento’ si presenta spesso con il termine ‘da differenziare’, specialmente in combinazione con ‘combinazione naturale’. È importante che gli studenti/allievi trovino essi stessi le vie per imparare, la velocità di apprendimento, e il modo di creare scoperte individuali. In seguito, la co-costruzione sembra essere sempre più importante. Con il termine co-costruzione l’“ambiente progettato individualmente” ottiene un “carattere culturale” (Brandt & Höck, 2011, p. 249).

Nel campo della matematica questo è chiamato “contesto di apprendimento sostanziale”, e possiede le seguenti caratteristiche:

Materiale matematico con strutture e schemi visibili (struttura professionale); orientamento verso aspetti centrali; alto potenziale di attivazione cognitiva; attività orientate verso contenuti e processi matematici; iniziazione dell'indipendenza di tutti gli allievi; incoraggiamento di modi individuali di pensare e apprendere come anche delle forme di presentazione degli allievi stessi; accesso per tutti: l'attività matematica dovrebbe essere possibile ad un livello di base; uso della capacità di collegare conoscenze pregresse; sfide per allievi veloci con forti problemi; facilitazione dello scambio sociale e comunicazione matematica (Hirt & Wälti, 2008, p. 14).

Questa caratterizzazione dei contesti di apprendimento può essere trasferita alle attività del progetto EMP-Maths. Esse offrono un alto potenziale di attivazione cognitiva, la quale può essere intensificata da un'esperienza fisica. Il fulcro rimane chiaramente sull'attività degli stessi studenti. Attività ed esperienze reciproche creano ambienti di scoperta per gli allievi, che integrano il processo di apprendimento individuale mettendo in relazione matematica e musica. In tali ambienti, aperti alle idee degli allievi, possono essere creati nuovi contesti di apprendimento. Come Cslovjecssek e Linneweber (2011) mostrano, gli allievi diventano collaboratori sostanziali nel processo di insegnamento e apprendimento.

4.2 Il ruolo del materiale e dello spazio

I materiali sono assegnati a processi di apprendimento matematico molto diversi. Essi servono come strumenti per l'immaginazione, nonché a dare avvio a processi di pensiero e renderli espliciti (cfr. Hülswitt, 2003, p. 24). Essi visualizzano i pensieri matematici e aiutano il processo di apprendimento. Le strutture degli oggetti matematici, ad es. i numeri, sono in questo modo materializzate. Immagini mentali possono essere costruite a partire dalle attività svolte con questo materiale matematico, ad es. le sequenze di movimento sono sostituite con immagini mentali (Vogel, 2014). L'apprendimento musicale è accompagnato dal suono di strumenti musicali, come anche da elementi visuali e ritmo. In questo modo il materiale musicale serve in quanto parte della produzione musicale. All'interno di un quadro teoretico, il concetto di immagini mentali è meno enfatizzato; al contrario, l'interazione tra allievi e il materiale diventa il punto centrale.

Secondo Vygotsky, un materiale copre la funzione di mediatore:

Le funzioni mentali più alte esistono per qualche tempo in una forma distribuita o “condivisa”, quando gli allievi e i loro mentori impiegano nuovi strumenti culturali assieme nel contesto della risoluzione di alcuni compiti. Dopo aver acquisito (nella terminologia di Vygotsky ‘in modo appropriato’) una varietà di strumenti culturali, i bambini diventano capaci di fare uso di funzioni mentali più alte in modo indipendente (Bodrova, E. & Leong, D.J., 2001, p. 9).

I materiali, in particolare le dette azioni associate al materiale, rappresentano il linguaggio tecnico, gli approcci e il pensiero di una cultura di tipo funzionalista e orientata alla disciplina. I materiali possono, quindi, garantire un accesso a questo mondo. Allo stesso tempo offrono l'opportunità di includere il mondo degli insegnanti (Vogel, 2014). I materiali assumono una

funzione di mediazione nell'apprendimento matematico, come anche nell'apprendimento musicale. La prima educazione spesso comincia con materiali ludici dei bambini (giochi). Alcune funzioni sono assegnate a questi materiali ludici nel processo di apprendimento matematico o musicale. Una serie di oggetti è trasformata in una rappresentazione di numeri, le disposizioni delle posate sulla tavola sono viste come relazioni funzionali, e la pentola o la tazza diventano uno strumento musicale.

Includere lo spazio nella creazione di contesti di apprendimento permette di considerare il corpo umano come terza dimensione. La persona fa esperienza di sé interagendo con lo spazio circostante. Le sequenze in movimento e i movimenti del corpo possono essere interpretati matematicamente (Vogel, 2008). I movimenti del corpo, come ad es. l'applaudire, possono essere mezzi di produzione musicale.

4.3 Struttura degli esempi

Il manuale dell'insegnante include sei esempi per fornire un'impressione delle possibilità di combinazione di matematica e musica a lezione. La struttura presentata segue uno schema didattico programmato. Schemi programmati furono dapprima sviluppati da Alexander et al. (1977), e furono poi "adottati per l'area di insegnamento e apprendimento" (Vogel, 2014, p. 232). Gli schemi programmati descrivono problemi ripetuti e forniscono soluzioni generalizzate ad essi (Vogel & Wippermann, 2011). Ciò è realizzato attraverso una struttura formale per descrivere (schemi di) situazioni (didattiche) in un modo aperto ma comunque standardizzato. Gli esempi devono attraversare diverse revisioni prima che essi raggiungano lo stadio finale.

Gli esempi seguenti, presentati nel capitolo cinque, sono tutti strutturati in quattro parti principali, la terza delle quali, *realizzazione*, descrive il contenuto dell'attività.

Visione d'assieme	Considerazioni preliminari	Realizzazione	Variazioni
• Titolo • Argomento • Parole chiave • Breve descrizione • Compiti di ciascuna disciplina/il nocciolo della musica e della matematica	• Prerequisiti di matematica • Prerequisiti di musica • Collegamenti tra matematica e musica (inclusi i benefici aggiuntivi dell'apprendimento)	• Obiettivi • Gruppo di controllo • Tempi di esecuzione • Approccio standard • Materiale, immagini, musica	• Variazioni • Ulteriori approcci alla musica • Ulteriori approcci alla matematica

Figure 3: Continuous structure through all examples in section 5

Part I: Visione d'assieme

Questa sezione fornisce informazioni generali su ogni esempio per facilitare la scoperta di attività adatte ad ogni scopo. Le parole chiave e una breve descrizione permettono una visione

veloce dell'attività. Dal momento che molti degli esempi sviluppano idee semplici, gli insegnanti di classi avanzate possono lavorare con questa visione d'insieme e guardare brevemente la sezione tre. In ogni caso non è male dare anche uno sguardo alle variazioni, dal momento che pensiamo che questa sia la parte più importante per gli sviluppi ulteriori.

Legata a questo manuale è una lista di “capacità chiave e elementi centrali” sia per la matematica che per la musica. Ogni attività è collegata a questa raccolta di argomenti, poiché essi sono forniti nei vari documenti ufficiali di tutti i paesi partner.

Parte II: Considerazioni preliminari

Le riflessioni preliminari assicurano che tutti gli allievi abbiano le conoscenze e le capacità necessarie per questa attività. Alcune di loro possono essere più importanti di altre, ma le attività sono pensate per essere divertenti e dovrebbero essere facilmente gestite dagli allievi senza troppe difficoltà. Si consiglia di porre molta attenzione a questa sezione.

Parte III: Realizzazione

La terza sezione fornisce brevi istruzioni su come l'attività *potrebbe* essere realizzata a scuola. L'approccio standard fornito fornisce una guida su come iniziare. Segue l'idea di avere un bigino.⁴ È nient'altro che una breve introduzione, e non può rimpiazzare una preparazione vera e propria di lezioni e argomenti. Inoltre, lo scopo, il gruppo di riferimento e la cronologia prevista forniscono informazioni più dettagliate che possono essere utilizzate per preparare l'attività.

Parte IV: Variazioni

Le variazioni non solo mostrano diversi approcci alle attività suggerite, ma soprattutto vogliono essere uno stimolo ad aprire gli occhi verso il mondo dell'apprendimento trasversale sull'argomento dell'attività. Le attività suggerite in questo manuale per l'insegnante sono volontariamente brevi e semplici. Ogni attività può essere vista come una strada verso un nuovo universo di idee.



Figure 4: Struttura degli esempi con icone

Gli esempi presentati nel capitolo cinque sono mostrati nello schema a figura 5. Lo schema usa delle icone per un orientamento veloce alle diverse parti: la parte I, la visione d'insieme, è rappresentata da un occhio. La parte

⁴ Liebetrau (2004, p. 9).

II, le considerazioni preliminari dei prerequisiti in matematica e musica, utilizza l'immagine di un taccuino. Questa sezione raccoglie anche idee di fondo riguardo alla connessione tra matematica e musica, ed è la parte più intellettuale della presentazione. L'icona della parte III mostra un pezzo di puzzle. Ciò significa che questa attività – con i suoi scopi e le sue caratteristiche – rappresenta un contributo concreto all'idea generale di fondo riguardo questo approccio all'apprendimento: i percorsi sonori nella matematica, o percorsi matematici nella musica. L'icona per la sezione IV, infine, mostra due frecce con direzioni diverse. Sotto questo paragrafo sono suggerite le variazioni dell'attività, così che gli insegnanti abbiano più di un modo per metterlo in pratica e forse, se tutto va bene, siano incoraggiati a trovare essi stessi ulteriori modi.

Activities Template - Title

Topic

Keywords

Short Description

Assignment to the Collection of Subjects/Core of Music and Maths



Preparatory Considerations

Pre-requisites in Maths

Pre-requisites in Music

Connection between Maths and Music (including the additional benefit of learning)



Implementation of the Activity

Aims

Target group (age of the students, size of the group, special students, ...)

Time Scale

Activity – Standard Approach

Material, Pictures, Music – Material-Spatial-Arrangement



Variations

Variations

Further Approaches in Music

Further Approaches in Math



References

Figure 5: Template of the examples

5 Esempi

5.1 Percorsi sonori intorno alla scuola

Argomento

‘Percorsi sonori attorno alla scuola’ tratta di panorami sonori, le loro relazioni e le loro possibili rappresentazioni.

Parole chiave

Panorami sonori (contesti acustici), ascolto, sequenza temporali, relazioni

Breve descrizione

In questa attività, gli allievi ascolteranno i suoni del contesto scolastico, li assoceranno ad una sequenza temporale, ed esploreranno il panorama sonoro in autonomia.

Compiti di ciascuna disciplina/il nocciolo della musica e della matematica

Musica: l'apprezzamento della musica come consapevolezza uditiva attraverso l'ascolto; percezione differenziata dei suoni; capacità di descrivere i suoni e i rumori a seconda di aspetti diversi; riconoscimento della volatilità di suoni e rumori; notazione grafica

Matematica: geometria (lunghezza, trasformazione); misurazione (durata); numeri (stima e comparazione); orientamento spaziale; ordine; relazioni (e/o, prima, dopo, simultaneamente, ecc.); teoria degli insiemi

Considerazioni preliminari

Prerequisiti di matematica

Abilità di base nell'orientamento spaziale e stima del tempo e della distanza

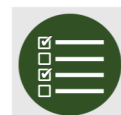
Prerequisiti di musica

Abilità di base nella consapevolezza uditiva dei suoni circostanti

Collegamenti tra matematica e musica (inclusi i benefici aggiuntivi dell'apprendimento)

Ascoltare una *soundwalk* (“passeggiata sonora”) e riconoscere i suoni registrati, collegare l'orientamento spaziale e la valutazione del tempo e delle distanze con la consapevolezza uditiva dei suoni del contesto.

L'assegnazione di un suono/evento a un certo momento è legato all'assegnazione distanza/tempo in matematica. Creare degli insiemi secondo criteri differenti (distanza, fonte, durata, intensità) conduce ad alcuni aspetti della teoria degli insiemi.



Realizzazione dell'attività



Obiettivi

Migliorare le capacità di ascolto degli allievi. Sviluppare una conoscenza del fatto che i suoni sono spesso momentanei e che la percezione e i ricordi dei suoni sono soggettivi. Fare un uso adatto della sequenza temporale, e raggruppare i suoni in serie secondo diversi criteri. Trovare un ordine (dal più vicino al più lontano, dal più forte al più debole, dal primo all'ultimo, ecc.).

Gruppo di controllo (età degli studenti, ampiezza del gruppo, studenti particolari, ecc.)

Età: 6–11 anni (+), fino ad un Massimo di 30 studenti. Si può prevedere anche una discussione nel caso di piccoli gruppi.

Tempi di esecuzione

30 minuti per l'approccio standard

Attività – Approccio standard

Preparazione: L'insegnante registra i rumori di una *soundwalk* (per una definizione adeguata, vedi le fonti) nei dintorni della scuola. (Indossando scarpe 'rumorose', il pavimento e le stanze risuoneranno in combinazione con molti altri suoni e rumori delle vicinanze)

1. In classe gli studenti ascoltano attentamente la registrazione. Mentre ascoltano, scrivono ciò che pensano di sentire nella registrazione.
2. Raccogliere le risposte su delle carte e discuterle con la classe. Suddividerle in modi diversi (fonte, forma, distanza, forza, ecc.)
3. Distribuire assieme agli allievi i suoni su una linea temporale rappresentata sulla lavagna o sul pavimento con una linea o una striscia e delle mollette. La discussione può iniziare con l'ordine dei suoni, e poi ci può essere una discussione riguardo al tempo trascorso tra i diversi eventi.
4. Riprodurre la stessa *soundwalk* con gli allievi (ciò può essere fatto anche in un altro giorno)

Materiale, immagini, musica – Disposizione spaziale del materiale

La propria registrazione, preferibilmente della *soundwalk* nelle vicinanze della scuola (suggeriamo vivamente che la passeggiata non duri più di due minuti)

Dispositive di registrazione (applicazioni del telefono cellulare, registratori audio, ecc.) ('soundOscope' è l'applicazione raccomandata per telefono cellulare)

Variazioni

Variazioni

Fare un'altra registrazione (o procurarsene una fatta dagli allievi) e confrontarla con la prima. Che cosa è nuovo, cosa è uguale, e cosa è cambiato? Provare a inserire i nuovi suoni e rumori nella precedente linea temporale.

Gruppi di allievi creano/riproducono una *soundwalk* vicino alla scuola ed lo espandono ed esplorano secondo un approccio standard (ad es. secondo il tempo o le condizioni atmosferiche).

Ad alti livelli, dispositivi di navigazione satellitare che tracciato e poi mostrano una strada possono essere utilizzati (ad es. una mappa online come Google Maps).

Condividere la tua *soundwalk* con le classi di altre scuole.



Approcci ulteriori alla musica

Unire i vari suoni a una partitura musicale e suonarli con degli strumenti. Usare suoni individuali come campioni per creare un ritmo.

Inventare una notazione allo scopo di descrivere i suoni. Inventare diversi segni adatti a diversi suoni e la loro elaborazione.

Con l'ausilio di un registratore si possono registrare suoni usuali. Chi conosce il luogo/i suoni vicino alla scuola, nelle vicinanze e nella città? Oltre al materiale è possibile elaborare un quiz o un gioco di orientamento, possibilmente con la partecipazione di altre classi e/o i genitori.

Approcci ulteriori alla matematica

Gli allievi disegnano delle mappe di *soundwalk* e li confrontano tra loro.

Preparare una mappa e dividerla in mucchietti o punti che sono collegati da percorsi. Gli allievi poi provano a trovare un sentiero che permetta loro di attraversare ogni percorso solamente una volta. Alternativamente essi trovano la via più breve per passare in ogni punto del percorso. In seguito essi realizzano una registrazione di questo percorso.

Misurare le distanze da cui la fontana, la strada o la campanella della scuola può (ancora) essere udita sotto diverse condizioni (meteo, rumore, tempo).

Raccogliere e identificare i suoni di una specifica *soundwalk* su un periodo più ampio, e suddividerli in serie. Alcuni di essi saranno totalmente diversi, mentre altri potrebbero sovrapporsi, ad es. un'autostrada molto trafficata e i camion sono invenzioni umane, mentre un ruscello è naturale. Entrambi i rumori sono continui se non ci si muove.

Registrare la stessa *soundwalk* cambiando andatura con scarpe dalle suole rumorose. Fermarsi e poi tornare indietro.

Riferimenti

Software 'soundOscope':

<https://itunes.apple.com/ch/app/soundoscope/id494240165?mt=8>

Cslovjecsek, Markus (et al.): Mathe macht Musik, Impulse zum musikalischen Unterricht mit dem Zahlenbuch 3 und 4, Klett und Balmer Verlag, Zug, 2004, p. 23, p. 69.

Westerkamp, Hildegard (1974): Soundwalking. In: Sound Heritage III/4. [<http://www.sfu.ca/~westerka/writings%20page/articles%20pages/soundwalking.html>, 29.1.2015]

Dietze, Lena (2000). Soundscapes – Klanglandschaften, Soundwalks – Klangspaziergänge. In: L. Huber & E. Odersky (Hrsg): Zuhören-Lernen-Verstehen (S. 92-103). Braunschweig: Westermann, Reihe Praxis Pädagogik.

Schafer, R. Murray (2010). Die Ordnung der Klänge. Eine Kulturgeschichte des Hörens. Mainz: Schott.

Schafer, R. Murray (1977). The Tuning of the World. New York: Knopf.

Schafer, R. Murray (1994). Soundscape: Our Sonic Environment and the Tuning of the World. Rochester, VT: Destiny Books.

Esempi di soundwalks si trovano su YouTube

5.2 Un salto nel ritmo: moltiplicazioni e metro

Argomento

Questa attività utilizza *l'embodiment*, il timbro e il metro per incoraggiare i bambini ad usare schemi e ritmo per sviluppare una conoscenza più profonda delle moltiplicazioni.



Parole chiave

Metro, ritmo, moltiplicazioni

Breve descrizione

Contando il metro a voce alta in un cerchio, accompagnato da percussioni di parti corpo, i bambini sviluppano ulteriormente la loro comprensione delle moltiplicazioni. Sia il metro musicale che le moltiplicazioni saranno enfatizzate in questa attività.

Compiti di ciascuna disciplina/il nocciolo della musica e della matematica

Musica: Pulsazione, metro e ritmo; produzione musicale

Matematica: Ragionare matematicamente e stabilire dei collegamenti; comunicare idee matematiche; relazioni numeriche – moltiplicazioni, stima

Considerazioni preliminari

Prerequisiti matematici

Addizione, moltiplicazione, schemi

Prerequisiti musicali

Coordinazione fisica (battito di mani e piedi), pulsazione

Collegamenti tra matematica e musica (inclusi i benefici aggiuntivi dell'apprendimento)

Moltiplicazioni e metro musicale



Realizzazione dell'attività

Obiettivi

La comprensione delle moltiplicazioni e quella del metro musicale sono sviluppate attraverso l'attenzione verso il gruppo e *l'embodiment*.

Gruppo di controllo (età degli studenti, ampiezza del gruppo, studenti particolari, ecc.)

Età: dai 7 anni in su, attività per tutta la classe

Tempi di esecuzione

Da 20 minuti in su

Attività – Approccio standard

- Mettersi in cerchio con i bambini. Spiegare che ogni bambino dovrà dire solo un numero da 1 a 4 mentre fai il giro della classe. Ora, cominciando dal bambino che si trova alla tua sinistra fai il giro di tutta la classe contando 1,2,3,4;



continua fino a quando ogni bambino nel cerchio avrà detto un numero (1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, ecc.). Ripeti questo processo e mantieni un certo ritmo.

- Una volta che i bambini hanno capito, aggiungerai alcune percussioni di parti del corpo. Chiedi ai bambini che hanno il numero 1 di battere le mani quando sentono quel numero, e chiedi ai bambini che hanno il numero 4 di battere i piedi quando lo sentono. Facendo il giro di tutta la classe, finisci con il numero 4? I bambini sanno spiegare perché ciò succede?
- È molto probabile che il giro non sia finito sul numero 4. In tal caso chiedi ai bambini di prevedere quante volte dovrebbero fare il giro per terminare sul numero 4. Prova e vedrai cosa accade.
- Ora prova la stessa attività con numeri diversi (ad es. 1, 2, 3, 4, 5 or 1, 2, 3). È importante che i bambini siano incoraggiati a prevedere che cosa succederà e perché, prima di scoprirlo con l'attività. Ci sono riusciti?
- Che cosa notano i bambini riguardo i metri differenti? Ci sono metri che essi prediligono? E perché?

Materiale, immagini, musica – Disposizione spaziale del materiale

Risorse: non è richiesta alcuna risorsa ulteriore.

Ulteriori considerazioni: questa attività dovrebbe essere svolta in una stanza in cui i bambini hanno spazio per stare in cerchio e lavorare in coppia.

Variazioni



Variazioni

- Potresti chiedere ai bambini di aggiungere altri elementi di percussione di parti del corpo (ad es. schiaffo, schiocco di dita) in corrispondenza dei numeri compresi tra il primo e l'ultimo.
- La classe potrebbe essere divisa in due o più gruppi e l'attività potrebbe poi essere ripetuta con ogni gruppo. Che cosa notano questa volta? È stato più difficile o facile?
- Basandosi sulla prima attività, i bambini 2 e 3 rimangono in silenzio, ma il gruppo ha comunque bisogno di tenere il tempo, cosicché solo i battiti 1 e 4 hanno un suono.

Ulteriori approcci alla musica

- I bambini potrebbero creare autonomamente le percussioni con il corpo.
- I bambini potrebbero utilizzare degli strumenti al posto dei numeri e delle percussioni.
- Per una sfida ulteriore, i bambini potrebbero delle pause nelle loro performance.

Ulteriori approcci alla matematica

- Attività basate sui multipli, fattori, minimo comune multiplo, Massimo comun divisore
- Attività che implicano schemi e sequenze
- Sviluppo di idee di permutazione e combinazioni

5.3 Battere le mani sul minimo comune multiplo di 2, 3 e 5

Argomento

‘Battere le mani sul minimo comune multiplo di 2, 3 e 5’ ricorre alla percussione di parti del corpo e a suoni diversi del corpo, sovrapposizione e collegamento allo scopo di risolvere la seguente questione: qual è il minimo comune multiplo dei numeri 2, 3 e 5?



Parole chiave

Minimo comune multiplo, percussione di parti del corpo, suoni corporei

Breve descrizione

In questa attività, gli allievi impareranno tre schemi ritmici di percussione di parti del corpo, ognuno in relazione ai numeri 2, 3 e 5. Essi poi giocheranno con ogni schema contemporaneamente, contando da 1 a 30 per trovare il minimo comune multiplo dei numeri 2, 3 e 5. Ascoltare la differenza dei suoni del corpo aiuterà gli allievi a scoprire non solo il minimo comune multiplo, ma anche altri multipli e le relazioni tra questi numeri.

Compiti di ciascuna disciplina/il nocciolo della musica e della matematica

Musica: Percussione di parti del corpo; capacità di ascoltare i diversi suoni del corpo; riconoscimento timbrico; andare a tempo; lettura ritmica; imitazione ritmica precisione regolare e ritmica; capacità di eseguire e ascoltare diversi piani sonori allo stesso tempo.

Matematica: Ragionamento e dimostrazione per trovare il minimo comune multiplo; ordine; relazioni; numerazione; multipli (e divisori); collegamenti

Considerazioni preliminari

Prerequisiti matematici

Sono richieste capacità di base di contare e numerare. Non è necessario conoscere il minimo comune multiplo; può essere introdotto per mezzo dell'attività.



Prerequisiti musicali

Sono richieste capacità di base negli schemi ritmici (lettura e imitazione). Non è necessaria la conoscenza della percussione di parti del corpo; può essere introdotta per mezzo dell'attività.

Collegamenti tra matematica e musica (inclusi i benefici aggiuntivi dell'apprendimento)

L'esecuzione di uno schema ritmico regolare contando i numeri (1-30) mentre si segue un ritmo è legata alla precisione matematica, alla relazione, alla numerazione, all'ordine e al tempo.

La divisione della classe in tre gruppi, ognuno dei quali suona diversi schemi ritmici, e ascolta i timbre prodotti dal corpo, è legata alla simultaneità e alle interrelazioni tra numeri (multipli o divisori).

In questa attività i bambini dovrebbero provare a risolvere un quesito matematico ascoltando lo stesso timbro, così che non è necessario seguire lo stesso ritmo e avere precisione ritmica.

Il suono è contemporaneamente collegato al minimo comune multiplo e ad alcuni numeri.

Realizzazione dell'attività



Obiettivi

Migliorare le capacità ritmiche e di esecuzione degli allievi; ascoltare e riconoscere lo stesso timbro per trovare la soluzione ad un problema o domanda; trovare il minimo comune multiplo e altri multipli di alcuni numeri; seguire il ritmo e il tempo con precisione; eseguire schemi ritmici usando la percussione di parti del corpo

Gruppo di controllo (età degli studenti, ampiezza del gruppo, studenti particolari, ecc.)

Età: 8–11 anni (o più), fino ad un massimo di 30 studenti (ricorrere all'imitazione ritmica invece della lettura in caso di studenti che ne abbiano necessità)

Tempi di esecuzione

Due sessioni per capire l'attività nel suo insieme. 30 minuti per trovare il minimo comune multiplo di due numeri ($2/3$; $2/5$; $3/5$) invece di tre (2, 3, 5)

Attività – approccio standard

1. Iniziare con la percussione corporea sul numero 2. L'insegnante introduce i bambini allo schema di percussione di parti del corpo di 30 battiti (vedi materiale) e spiega il significato di ogni simbolo.
Se il livello degli studenti è sufficiente, è possibile imparare lo schema di percussione corporea leggendolo. Assicurarsi di seguire il tempo contando i numeri (da 1 a 30). I multipli di 2 (2, 4, 6, 8 fino a 30) dovrebbero coincidere con il battito di mani. Se gli allievi non sanno leggere la partitura, l'insegnante può insegnarlo per mezzo dell'imitazione, così essi potranno migliorare la loro memoria ritmica. Una volta che gli allievi hanno imparato la percussione delle parti del corpo, essi possono eseguirla contando fino a 30 (andando a tempo).
2. Seguire lo stesso procedimento con la percussione del numero 3 (vedi materiale). Fare attenzione che ora il battito di mani si basa sui multipli del numero 3 (3, 6, 9, fino a 30).
3. L'insegnante divide la classe in due file (faccia a faccia). Una fila esegue la percussione del numero 2, l'altra esegue quella del numero 3. Ogni volta che ci sarà un multiplo di 2 e 3, gli allievi batteranno le mani nello stesso momento. La prima volta che questo accadrà, essi avranno trovato il minimo comune multiplo dei numeri 2 e 3. Alla fine, possiamo creare una lista dei comuni multipli che abbiamo trovato ascoltando lo stesso timbro (battito di mani).
4. L'insegnante può introdurre la percussione di parti del corpo del numero 5 (vedi materiale) e provare a trovare, seguendo lo stesso procedimento, il minimo comune multiplo di 2, 3 e 5. Fare attenzione che anche nella percussione del numero 5 i multipli coincidano con il battito di mani. Mettendo le file una di fronte all'altra, gli allievi possono seguire il minimo comune multiplo di 2 e 5 (10 o 3 e 5 (15)).

5. Infine l'insegnante dispone gli allievi in tre file, due parallele e una perpendicolare, ed ogni fila esegue la percussione di un numero (2, 3, o 5). Quando tutti gli allievi battono le mani allo stesso tempo, essi trovano il minimo comune multiplo dei numeri 2, 3 e 5 (30). È necessario contare fino a 30, andando a tempo allo scopo di sapere a quale numero le tre file si incontrano.
6. L'insegnante può progettare l'immagine di tre schemi ritmici sovrapposti (vedi materiale) per mostrare a quali numeri corrispondano i battiti delle mani (così il minimo comune multiplo dei numeri 2, 3 e 5).

Materiale, immagini, musica – Disposizione spaziale del materiale

Clapping the Lowest Common Multiples of 2,3,5

Additional Materials

Symbols

Slap chest Clap your hands Slap thighs Stomp your feet

Variazioni



Variazioni

Variazione #1: Invece di usare la percussione con le parti del corpo usare le note Do (piede), Mi (cosce), Sol (mani) e Do (petto). In questa variazione appare il concetto di accordi. Il procedimento sarebbe lo stesso; comunque, invece di usare gli schemi ritmici della percussione del corpo, utilizzare schemi melodici semplici con la nota Sol nei multipli di ogni numero.

Ogni volta che la nota Sol viene cantata un multiplo è trovato. Mentre si canta non è possibile dire numeri, così essi possono essere scritti sulla lavagna e l'insegnante può indicarli andando a tempo oppure lo può fare un volontario, oppure dirli ad alta voce mentre il resto degli allievi cantano lo schema melodico di un numero (2, 3 o 5).

Variazione #2: Usando la percussione del corpo, gli allievi sono disposti in cerchio. Essi compiono un passo verso la loro destra. Ogni volta, uno studente esegue il battito di una dato schema ritmico dicendo a voce alta il numero del battito corrispondente. Ad esempio, se seguono lo schema ritmico del 2, essi realizzeranno che gli allievi che dicono i numeri 2, 4, 6 o 8 battono le loro mani. Così questi sono i multipli di 2. Se ripetiamo l'attività con gli schemi ritmici dei numeri 3 e 5 (iniziando con la stessa persona ogni volta), potremmo scoprire i comuni multipli di questi numeri.

Ulteriori approcci alla musica

Gli allievi possono creare uno schema ritmico di percussione corporea più complicate cambiando il timbro dei multipli.

Gli allievi possono creare uno schema melodico per ogni numero e scriverlo. Cambiare l'accordo o la nota che corrisponde ai multipli.

Cambiare le parti del corpo utilizzate per la percussione.

Utilizzare gli strumenti per eseguire ogni ritmo per ottenere tanti suoni quanti quelli usati nella percussione del corpo.

Ulteriori approcci alla matematica

Cambiare i numeri e trovare il loro minimo comune multiplo e i loro altri multipli.

Se si esegue la variazione #2, provare a comporre un cerchio perfetto e parlare di geometria.

5.4 Numeri sonori

Argomento

L'attività 'numeri sonori' riguarda la creazione di diversi modelli acustici di numeri naturali.



Parole chiave

Matematica: numeri, cifre, notazione posizionale di un numero nel sistema numerale decimale (notazione avanzata e abbreviata), scomposizione di un numero

Musica: ritmo, metro, metro-ritmo

Breve descrizione

In questa attività gli allievi inventeranno diversi tipi di modelli acustici per i numeri naturali, e identificheranno e scriveranno numeri naturali (n) basati sulla loro rappresentazione acustica.

Compiti di ciascuna disciplina/il nocciolo della musica e della matematica

Musica: elementi di musica (pulsazione, ritmo); suonare strumenti musicali e cantare; eseguire un'eco ritmica (imitazione)

Matematica: numeri (numeri naturali, attribuzione del valore); numerazione; notazione posizionale di un numero nel sistema numerale decimale

Considerazioni preliminari

Prerequisiti matematici

Capacità basilare di numerazione – leggere e scrivere numeri naturali nel sistema numerale decimale, rappresentare graficamente numeri in cifre.



Prerequisiti musicali

Conoscenza e comprensione del principio dell'eco (far suonare il corpo, strumenti musicali ritmici dei bambini)

Collegamenti tra matematica e musica (inclusi i benefici aggiuntivi dell'apprendimento)

Ascoltare diversi tipi di suono per unità (dieci, cento, ecc.) e contarli per collegare i concetti astratti di Sistema numerale decimale al modello acustico del numero.

La creazione e l'utilizzo di suoni può aiutare i bambini a capire le regole di base del Sistema numerale decimale.

'Numeri sonori' include elementi di calcolo combinatorio.

'Numeri sonori' è legato al suono di strumenti musicali.

Realizzazione dell'attività



Obiettivi

Sviluppare una comprensione del fatto che i numeri naturali possono essere rappresentati in modi diversi (notazione scritta, rappresentazione grafica (simboli), manipolazione con piccoli oggetti, modelli acustici). Migliorare le capacità degli allievi nel trasformare un modello scritto di numeri in uno acustico, e vice versa.

Gruppo di controllo (età degli studenti, ampiezza del gruppo, studenti particolari, ecc.)

Età: 7–9 anni (o più); due gruppi di quattro (o più) allievi; o lavoro a coppie

Tempi di esecuzione

20 minuti per l'approccio standard

Attività – Approccio standard

- L'insegnante scrive un numero di 3 cifre nella sua notazione decimale e nella sua rappresentazione grafica (ad es. 235, // --- +++++).
- L'insegnante quindi esegue i numeri sonori battendo i piedi (2x), con schiaffi (3x) e battendo le mani (5x). Si esegue il numero successivo e gli allievi lo scrivono usando cifre o segni (rappresentazione grafica).
- Gli insegnanti di ogni gruppo inventano delle serie di suoni per codificare una rappresentazione acustica di numeri naturali (ad es. quattro numeri di 3 cifre). Essi possono utilizzare suoni diversi (con il corpo, lo strumentario Orff, cucchiai, ecc.).
- Gli allievi del primo gruppo eseguono (ovvero suonano) i numeri utilizzando il codice sonoro da loro inventato.
- Gli allievi del secondo gruppo scrivono i numeri sonori (o disegnano un modello grafico dei numeri).
- Controllo delle soluzioni e discussione; quali numeri sono stati eseguiti (rappresentati), e che tipo di codici sono stati utilizzati?
- Discutere i vantaggi e svantaggi dei diversi tipi di rappresentazione di numeri naturali (grafico, uditivo, decimale). Confrontare le diverse rappresentazioni dei numeri.

Materiale, immagini, musica – Disposizione spaziale del materiale

Carta, penna, tavolo, strumentario Orff

Gli allievi siedono al loro posto e lavorano in due gruppi o a coppie.

Variazioni

Variazioni

- Questa attività può anche essere svolta a coppie (educazione cooperativa).
- Qualunque soggetto o strumento musicale (legnetti, triangoli, tamburi, tazze, barattoli e palline) può essere scelto per presentare i suoni.
- I segni del suono faranno suonare agli allievi i numeri utilizzando modelli di segni di numeri; ad esempio 235 e // --- +++++.
- L'attività può anche essere svolta con un gruppo di studenti più grandi, a seconda della serie di numeri selezionata (ad esempio, oltre 1,000, 10,000, ecc.).
- C'è spazio per creare diversi compiti e varianti fondate sulle abilità e capacità del gruppo di controllo. Dal punto di vista del gruppo di controllo, è possibile adattare in modo flessibile i compiti a gruppi di ogni età o in funzione della serie di numeri.



Ulteriori approcci alla musica

Inventare diversi suoni per i segnali del modello grafico dei numeri naturali.

Inventare una notazione per scrivere i numeri (unità, decine, centinaia).

Utilizzando lo strumentario Orff, creare un modello acustico di numeri per eseguire il ritmo.

I valori delle note potrebbero rappresentare la posizione delle cifre nel sistema numerico decimale (ad es. semiminima = uno, minima = 10, semibreve = 100).

Ulteriori approcci alla matematica

Attraverso l'applicazione regolare delle attività soprammenzionate dal primo anno di scuola secondaria, viene creato un nuovo modello atipico dei numeri naturali, il quale è diverso da quelli concreti (abaco, cubi, rappresentazioni grafiche) usualmente impiegati. Durante il processo di realizzazione è necessario sviluppare la propria rappresentazione mentale di un numero di molteplici cifre. Un certo numero di suoni è trasformato nel simbolo di una cifra, il quale è tenuto a mente e infine registrato utilizzando la terminologia matematica. Svolgere le attività sopracitate sviluppa processi cognitivi più elevati e coinvolge funzioni esecutive, specialmente l'uso della memoria e il movimento.

Riferimenti

HEJNÝ, M., KURINA, F. 2001. Dítě, škola, matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování. Praha: Portál, 2001.

SONNESYN, G. Metodologie Grunnalget – Model pojmového vyučování (Concept Teaching Model).

CSLOVJECSEK, M., LINNEWEBER-LAMMERSKITTEN, H. 2011. Snappings, Clappings and the Representation of Numbers. The New Jersey Mathematics Teacher. Vol. 69, Issue 1, pp. 10-12.

5.5 Danze dell'angolo

Argomento

Diversi tipi di angoli sono espressi con diverse posizioni di braccia e gambe in una danza coreografica.



Parole chiave

Angoli, movimenti del corpo, schemi

Breve descrizione

Una danza coreografica deve essere elaborata nel contesto di apprendimento. I ballerini dovrebbero raffigurare diversi tipi di angoli attraverso le posizioni diverse di braccia e gambe. La coreografia dovrebbe essere elaborata con piccole figure di cartone; successivamente i ballerini dovranno mettere in atto i loro sviluppi coordinandoli con la musica. Le diverse posizioni delle gambe e delle braccia devono essere collegate in un flusso continuo. A seconda della conoscenza del partecipante, diversi tipi di angoli possono essere presentati tramite l'utilizzo di figure nel contesto di apprendimento.

Compiti di ciascuna disciplina/il nocciolo della musica e della matematica

Comunicare idee matematiche utilizzando rappresentazioni multiple; tipi di angoli diversi; riconoscimento di schemi; collegare la musica ai movimenti del corpo; risposta fisica alla musica

Considerazioni preliminari

Prerequisiti matematici

- Conoscenza di diversi tipi di angoli: angolo retto, angolo acuto, angolo ottuso, angolo piatto
- Elementi di base degli angoli: due gambe legano il settore di un angolo, due settori di angoli, due sezioni di angolo formano fino a 360° .

Il fulcro della danza dell'angolo è sulle braccia e le gambe. Queste parti del corpo sono particolarmente agili per via della loro struttura. Nelle ginocchia e i gomiti si può trovare molta agilità. Con questi, le parti alte e basse delle braccia, e quelle delle gambe possono essere disposte in un modo tale da formare settori geometrici di angoli.



Prerequisiti musicali

La danza è il centro di questo contesto di apprendimento. L'espressione di danza è creata attraverso il movimento del corpo e gli arti (braccia e gambe).

Collegamenti tra matematica e musica (inclusi i benefici aggiuntivi dell'apprendimento)

La musica crea schemi di suoni che rappresentano diversi stati d'animo e saranno trasformati in figure geometriche. L'impatto visivo di un angolo acuto è diverso da quello di un angolo ottuso. Ciò può essere sviluppato nella danza dell'angolo.

Realizzazione dell'attività



Obiettivi

- Identificazione di schemi di suoni nella musica -> stati d'animo
- Gli schemi sonori devono essere trasformati in movimenti corporei (danza)
- Traduzione degli stati d'animo (causati dalla musica) in movimenti e quindi in figure geometriche: in tipi adeguati di angoli

Gruppo di controllo (età degli studenti, ampiezza del gruppo, studenti particolari, ecc.)

È realizzabile con bambini, adolescenti e adulti; musica appropriata da scegliere in base all'età dei partecipanti

Tempi di esecuzione

Circa tre ore, performance inclusa

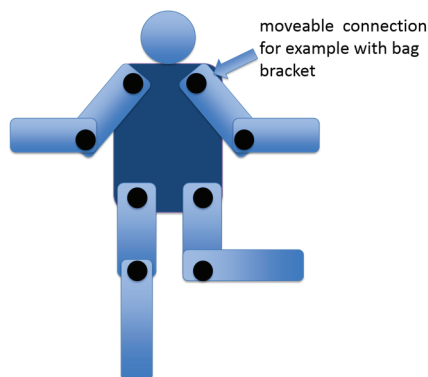
Attività – Approccio standard

All'inizio dell'esperienza di apprendimento ci deve essere chiarezza sulla definizione degli angoli (angolo retto, angolo acuto, angolo ottuso, angolo piatto, ecc.). I bambini non pratici con gli angoli possono essere aiutati mediante l'uso di immagini. Dopo aver chiarito questa questione, si deve considerare come creare i diversi tipi di angoli con diversi movimenti di braccia e gambe. Queste considerazioni possono essere accompagnate da figure di cartone. Alcuni tipi di angoli offrono possibilità diverse. L'espressione attraverso la danza può portare a tensioni particolari se le braccia e i movimenti del corpo hanno caratteristiche particolari. Allo stesso tempo si deve considerare se braccia e movimenti del corpo si possano realmente copiare con le proprie braccia e gambe.

Dopo aver chiarito le posizioni possibili si deve creare la coreografia. Per la coreografia si deve ascoltare la musica che è presentata e pensare a quali sequenze di angoli si adattano alla musica, mostrando il carattere della musica in un modo specifico.

Materiale, immagini, musica – Disposizione spaziale del materiale

È consigliabile che la coreografia sia pianificata a tavolino. A questo scopo si dovrebbero utilizzare figure di cartone con ginocchia e gomiti mobili (vedi la figura). Mediante le figure diverse posizioni possono essere prese in considerazione in modo dinamico. La coreografia finale può essere documentata con un disegno.



Variazioni

Variazioni

Presentare diverse figure geometriche nella danza. Figure geometriche possono essere presentate da più persone. In questo modo, gli angoli possono essere rappresentati da singole persone e i margini dalla connessione delle mani e braccia di queste persone.



Ulteriori approcci alla musica

Le qualità della musica possono essere espresse con diverse figure geometriche. Ad esempio una musica veloce o di tono acuto potrebbe essere espressa attraverso dei triangoli. Una musica più lenta e armoniosa potrebbe essere rappresentata con cerchi e poligoni regolari che si muovono nello spazio. A seconda della musica, si avranno danze diverse.

Ulteriori approcci alla matematica

Un elemento di base della traslazione e integrazione di figure geometriche (sezioni di angoli, figure piane) è l'analisi di elementi centrali di queste figure. Ciò significa il numero e la posizione dei bordi e degli angoli. In questo modo gli elementi centrali possono essere appresi giocando e essere trasferiti in diverse danze. Un quadrato può essere costruito con quattro persone che rappresentano gli angoli e, a seconda delle posizioni delle loro braccia, possono essere creati rettangoli con angoli retti o parallelogrammi con diversi angoli.

5.6 “Twinkle, Twinkle Little Star”

Argomento

Usare il canto per esplorare simmetria, schemi, tempo e riflessione.

Parole chiave

Ritmo, riflessione, motivi, trasformazione e simmetria

Breve descrizione

I bambini esploreranno cosa accade quando essi trasformano la musica. Essi scopriranno anche che ci sono strutture diverse, a seconda che essi si contrino sul ritmo o sulle note musicali. Ciò li aiuterà a capire che concentrandosi su diversi aspetti di un problema, si possono trovare soluzioni diverse.

Compiti di ciascuna disciplina/il nocciolo della musica e della matematica

Pulsazione e ritmo; fare musica; composizione e improvvisazione usando la voce; apprezzamento della musica; consapevolezza uditiva attraverso l'ascolto e l'esecuzione

Considerazioni preliminari

Prerequisiti matematici

Schemi e sequenze, come anche qualche esperienza di riflessione

Prerequisiti musicali

Coordinazione fisica (battere le mani e i piedi), pulsazione, uso della voce per cantare, ascolto

Collegamenti tra matematica e musica (inclusi i benefici aggiuntivi dell'apprendimento)

Schemi, sequenze e trasformazioni



Realizzazione dell'attività



Obiettivi

I bambini impareranno le simmetrie, schemi e motivi nella musica e matematica.

Gruppo di controllo (età degli studenti, ampiezza del gruppo, studenti particolari, ecc.)

Età: da 8 anni in su. L'intera classe e lavoro per gruppi o coppie

Tempi di esecuzione

Da 20 minuti in su

Attività – Approccio standard

- Cantare la canzone con l'intera classe un po' di volte per assicurarsi che diventi familiare ai bambini. Avere delle parole alla lavagna o sulla carta può aiutare i bambini a vedere. Chiedere ai bambini se notano un qualche schema o simmetria nel brano (schema ritmico, melodico, forma A-B-A).
- Disegnare la melodia con delle linee, mostrando quando sale e scende.
- Ora battere con le mani il ritmo assieme ai bambini e chiedere quali schemi notano questa volta. Sono gli stessi che hanno notato in precedenza o sono diversi?
- Chiedere poi ai bambini di lavorare a coppie o piccolo gruppi. I bambini dovranno scegliere un motivo della canzone, utilizzando sia la canzone che la melodia o il ritmo. Chiedere loro di creare una notazione per rappresentare quel motivo. I bambini dovrebbero poi esaminare ciò che succede quando essi fanno riflettere il motivo e disegnare questa immagine riflessa. I bambini possono voler usare gli specchi per controllare che abbiano disegnato il loro riflesso in modo corretto. Una volta che ciò sarà fatto, i bambini dovrebbero metterlo in pratica cantando o battendo con le mani. Potrebbe risultare più facile se i bambini provassero a cantare la melodia senza le parole.

Materiale, immagini, musica – Disposizione spaziale del materiale

Risorse: specchi, copie della canzone

Considerazioni ulteriori: questa attività dovrebbe essere svolta in una stanza in cui i bambini abbiano spazio per stare in piedi formando un cerchio. Se c'è una lavagna, i bambini potrebbero non avere bisogno delle copie della canzone.

Twinkle, twinkle little star

Twin- kle, twin- kle, lit- tle star How I won- der what you are

Up a- bove the world so high Like a dia- mond in the sky
When the bla- zing sun is gone When he no- thing shines u- pon

Then you show your lit- tle light Twin- kle, twin- kle, all the night

Variazioni

Variazioni

Esistono molte canzoni diverse che potrebbero essere scelte come punto iniziale, ma è importante che siano canzoni che i bambini conoscano abbastanza bene e che abbiano una struttura semplice.



Ulteriori approcci alla musica

Usare diverse versioni della canzone, come ad esempio:

- *A, B, C* (canzone);
- *Baa, Baa Black Sheep*;
- *Ab vous dirais je maman* (versione originale);
- Variazioni di Mozart della canzone
- *What a Wonderful World* di Louis Armstrong (ispirata dalla melodia);
- Scegliere un tema e presentare una nuova versione della canzone. Per esempio:

I came into school today
And I shouted "Let's go play!"
Saw my friends and off we went
Round the playground, through the fence
I came into school today
And I shouted "Let's go play!"

- Potrebbero essere utilizzati gli strumenti musicali per considerare diverse trasformazioni.

Ulteriori approcci alla matematica

- L'attività potrebbe essere sviluppata ricorrendo ad altre trasformazioni (rotazione e traslazione). Riusciamo a fare le stesse cose che facciamo con le parole anche con ritmi e partiture?
- L'idea di utilizzare un motivo e trasformarlo potrebbe anche essere sviluppata impiegando dei motivi per carta da parati o carta da regalo. Si potrebbero prendere in considerazione anche motivi più tradizionali, come quelli impiegati nell'arte o design islamici.
- Questa attività potrebbe anche essere condotta come un lavoro sulle combinazioni e le permutazioni, e potrebbe supportare un lavoro sulle frazioni.
- Le idee potrebbero essere sviluppate per includere un lavoro sulle sequenze.

6 Conclusioni

Con questo manuale si vuole evidenziare l'importanza della musica e della matematica nella vita di tutti i giorni e promuovere in modo deciso il significato equivalente di entrambe le discipline nel contesto di apprendimento. Musica e matematica servono in ugual misura al moderno approccio interdisciplinare di insegnamento. Crediamo che, con l'integrazione delle attività esposte nel presente manuale e sul sito dedicato al progetto, gli insegnanti saranno in grado di lavorare con gli studenti e sviluppare nuove idee non solo riguardo alla matematica e alla musica, ma anche altre combinazioni possibili, come è stato mostrato nel progetto linguistico.

La conclusione principale da ricavare dalla combinazione didattica dell'apprendimento di matematica e musica è che sempre più idee emergono quando ci si concentra su aspetti condivisi dai due sistemi di segni e l'intelligenza umana (secondo Gardner, 1983). In sintesi, ci sono percorsi musicali verso la matematica, come ci sono percorsi matematici verso il suono.

Infine vogliamo incoraggiare tutti a unirsi al progetto prendendo parte al corso CPD, collaborando con i colleghi attraverso la nostra piattaforma online (<http://maths.emportfolio.eu>) e condividendo le loro attività.

7 Riferimenti

- Achermann, E. (2003). Zahl und Ohr: Musiktheorie und musikalisches Urteil bei Johann Beer [Number and ear: Music theory and musical judgment in the case of Johann Beer]. In F. van Ingen, H.-G. Roloff, & U. Wels (Eds.), *Jahrbuch für internationale Germanistik. Reihe A, Kongressberichte: Bd. 70. Johann Beer. Schriftsteller, Komponist und Hofbeamter, 1655-1700* (pp. 255–275). Bern, New York: P. Lang.
- Alexander, C., Ishikawa, S., Silverstein, M., Jacobson, M., Fiksdahl-King, I., & Angel S. (1977). *A Pattern Language. Towns, Buildings, Construction*. New York: Oxford University Press.
- Arzarello, F. (2015). *Semiosis as a multimodal process*, <http://math.unipa.it/~grim/YESS-5/arzarello%20reline.pdf>.
- Auhagen, W. (2008). Rhythmus und Timing. In H. Bruhn (Ed.), *Rororo: 55661 : Rowobltis Enzyklopädie. Musikpsychologie. Das neue Handbuch* (pp. 437–457). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.
- Bamberger, J. (2010). Music, Math and Science: Towards an integrated curriculum. *Journal for Learning through Music*. Retrieved from <http://music-in-education.org/articles/1-G.pdf>
- Barzel, B., Büchter, A., & Leuders, T. (2007). *Mathematik Methodik. Handbuch für die Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor.
- Bateson, G. (2002). *Mind and nature: A necessary unity. Advances in systems theory, complexity, and the human sciences*. Cresskill, N.J.: Hampton Press.
- Bharucha, J. J., & Mencl, W. Einar. (1996). Two Issues in Auditory Cognition: Self-Organization of Octave Categories and Pitch-Invariant Pattern Recognition. *Psychological Science*, 7(3), 142–149. doi:10.1111/j.1467-9280.1996.tb00347.x
- Bodrova, E. & Leong, D.J. (2001). Tools of the Mind: A Case Study of Implementing the Vygotskian Approach in American Early Childhood and Primary Classrooms. Genf: International Bureau of Education. Retrieved from <http://www.ibe.unesco.org/publications/innotdata/inno07.pdf>
- Brandt, B., & Höck, G. (2011). Ko-Konstruktion in mathematischen Problemlöseprozessen – partizipationstheoretische Überlegungen. In B. Brandt, R. Vogel, & G. Krummheuer (Eds.), *Die Projekte erStMaL und MaKreKi. Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDEA)* (pp. 245–284). Münster: Waxmann.
- Brüning, S. (2003). *Musik verstehen durch Mathematik. Überlegungen zu Theorie und Praxis eines fächerübergreifenden Ansatzes in der Musikpädagogik*. Verl. Die Blaue Eule, Essen.
- Buchborn, T. (2004). $2+1+3+8=B+A+C+H$? Zahlen im Werk Johann Sebastian Bachs. *Musik & Bildung*, 36(95)(1), 36–41.
- Christmann, N. (2011). Mathematik gestaltet (mit) Musik [Mathematics designs (with) music]. *Der Mathematikunterricht*, 57(1), 13–23.
- Costa-Giomi, E. (2004). Effects of Three Years of Piano Instruction on Children's Academic Achievement, School Performance and Self-Esteem. *Psychology of Music*, 32, 139-152.
- Cslovjecsek, M., & Linneweber-Lammerskitten, H. (2011). Snappings, clappings and the representation of numbers. *The New Jersey Mathematics Teacher*, 69(1).
- Decroupet, P. (1995). Rätsel der Zahlenquadrate: Funktion und Permutation in der seriellen Musik von Boulez und Stockhausen. *Positionen: Beiträge zur Neuen Musik*, (23), 25–29. Retrieved from <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=rih&AN=1996-12042&site=ehost-live>
- Devlin, K. (2003). *Mathematics: The Science of Patterns*. New York: Owl Books.
- Dewey, J. (1925). *Experience and nature. Later Works, 1935-1953, Vol. 1*. Carbondale: Southern Illinois University Press.
- Dewey, J. (1980/1934). *Art as Experience*. New York: Perigee Books. New York: Perigee Books.
- Egeler-Wittmann, S. (2004). Magische Zahlen - historische Geheimnisse? Guillaume Dufays "Mon chier amy". *Musik & Bildung*, 36(95)(1), 30–35.

- Elliott, D. J. (1987). Structure and Feeling in Jazz: Rethinking Philosophical Foundations. *Bulletin of the Council for Research in Music Education*, (95), 13–38. doi:10.2307/40318198
- Elliott, D. J., & Silverman, M. (2014). *Music matters: A philosophy of music education* (Second edition).
- Ervynck, G. (1991). Mathematical creativity. Advanced mathematical thinking. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 42–53). Dodrecht: Kluwer.
- Fine, P., Berry, A., & Rosner, B. (2006). The effect of pattern recognition and tonal predictability on sight-singing ability. *Psychology of Music*, 34(4), 431–447. doi:10.1177/0305735606067152
- Fischinger, T., & Kopiez, R. (2008). Wirkungsphänomene des Rhythmus. In H. Bruhn (Ed.), *Rororo: 55661 : Rowolts Enzyklopädie. Musikpsychologie. Das neue Handbuch* (pp. 458–475). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.
- Gembris, H. (1998). *Grundlagen musikalischer Begabung und Entwicklung. Forum Musikpädagogik: Bd. 20*. Augsburg: Wissner.
- Gerstenmaier, J., & Mandl, H. (1995). Wissenserwerb unter konstruktivistischer Perspektive. *Zeitschrift für Pädagogik*, 41(6), 867–888.
- Girmes, R. (2003). Die Welt als Aufgabe ?! Wie Aufgaben Schüler erreichen. In H. Ball (Ed.), *Friedrich-Jahresheft: Vol. 21. Aufgaben. Lernen fördern - Selbstständigkeit entwickeln* (pp. 6–11). Seelze: Friedrich.
- Greeno, J. G. (1989). A perspective on thinking. *American Psychologist*, 44(2), 134–141.
- Gruhn, W. (2005). *Der Musikverstand: Neurobiologische Grundlagen des musikalischen Denkens, Hörens und Lernens* (2., neu überarb. Aufl.). Olms Forum: Vol. 2. Hildesheim: Olms, G.
- Gullberg, J. (1997). *Mathematics: From the birth of numbers* (1st ed.). New York: W.W. Norton.
- Henning, H. (2009). Würfel, Sphären, Proportionen - Mathematik, die man "hören" kann [Cubes, spheres, proportions - mathematics to be "heard"]. *Der Mathematikunterricht*, 55(2), 28–30.
- Hilton, C., Saunders, J., Henley, J., & Henriksson, L. (2015). *European Music Portfolio (EMP) – Maths : S ounding Ways Into Mathematics. A Review of Literature*. Retrieved from http://maths.emportfolio.eu/images/deliverables/Literature_Review_EMP_M.pdf
- Hindemith, P. (1940). *Unterweisung im Tonsatz. Band 1*: Mainz: Schott.
- Hirt, U., & Wälti, B. (2008). *Lernumgebungen im Mathematikunterricht: Natürliche Differenzierung für Rechenschwache bis Hochbegabte* (1. Aufl.). Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Hülswitt, K. L. (2003). Material als Denkwerkzeug. *Theorie und Praxis der Sozialpädagogik*, (10), 24–27.
- Hümmer, A., Münz, M., Müller Kirchof, M., Krummheuer, G., Leuzinger-Bohleber, M., & Vogel, R. (2011). Erste Analysen zum Zusammenhang von mathematischer Kreativität und kindlicher Bindung. Ein interdisziplinärer Ansatz zur Untersuchung der Entwicklung mathematischer Kreativität bei sogenannten Risikokindern. In B. Brandt, R. Vogel, & G. Krummheuer (Eds.), *Die Projekte erStMaL und MaKreKi. Mathematikdidaktische Forschung am „Center for Individual Development and Adaptive Education“ (IDeA)* (pp. 175–196). Münster: Waxmann.
- Jourdain, R. (2001). *Das wohltemperierte Gehirn: Wie Musik im Kopf entsteht und wirkt*. Heidelberg, Berlin: Spektrum, Akad. Verl.
- Kelstrom, J. M. (1998). The Untapped Power of Music: Its Role in the Curriculum and Its Effect on Academic Achievement. *NASSP Bulletin*, 82(597), 34–43. doi:10.1177/019263659808259707
- Krummheuer, G. (2007). Kooperatives Lernen im Mathematikunterricht der Grundschule. In K. Rabenstein (Ed.), *Kooperatives und selbstständiges Arbeiten von Schülern. Zur Qualitätsentwicklung von Unterricht* (1st ed., pp. 61–86). Wiesbaden: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Lang, A. (1993). Zeichen nach innen, Zeichen nach außen - eine semiotisch-ökonomische Psychologie als Kulturwissenschaft. In P. Rusterholz & M. Svilar (Eds.), *Welt der Zeichen - Welt der Wirklichkeit. Referate der Münchener Tagung und der Vorlesungsreihe des Collegium generale der Universität Bern im Sommersemester 1992* (Vol. 38, pp. 55–85). Bern: Haupt.
- Lehmann, I. (2009). Fibonacci-Zahlen - Ausdruck von Schönheit und Harmonie in der Kunst [Fibonacci numbers - expression of beauty and harmony in art]. *Der Mathematikunterricht*, 55(2), 51–63.

- Liebetrau, P. (2004). *Planung von gutem Unterricht. Ringvorlesung "Unterricht, der Schülerinnen und Schüler herausfordert.* Retrieved from <http://www.uni-kassel.de/refsp/Ringvorlesung/vorlesung%20Liebetrau.pdf>
- Lorenz, J.-H. (2003). Rhythmus und Mathematik. *Sache, Wort, Zahl*, 31(56), 16–20.
- Merker, B. (2000). Synchronous Chorus and the Origins of Music. *Musicae Scientiae*, 3(1 suppl), 59–73. doi:10.1177/10298649000030S105
- Neubert, S. (2008). John Dewey (1859-1952). In B. Dollinger (Ed.), *Klassiker der Pädagogik. Die Bildung der modernen Gesellschaft* (2nd ed., pp. 221–246). Wiesbaden: VS, Verl. für Sozialwiss.
- Nimczik, O. (2002). There must be countless ways of counting. "Counting Keys" und "Counting Duets" von Tom Johnson. *Musik & Bildung*, (1), 48–51.
- Poincaré, H. (1948). *Science and method*. New York: Dover. New York: Dover.
- Rauscher, F. H., Shaw, G. L., & Ky, K. N. (1995). Listening to Mozart enhances spatial-temporal reasoning: towards a neurophysiological basis. *Neuroscience Letters*, 185(1), 44–47. doi:10.1016/0304-3940(94)11221-4
- Reimer, B. (1989). Music Education and Aesthetic Education: Past and Present. *Music Educators Journal*, 75(6), 22–28. doi:10.2307/3398124
- Reinmann-Rothmeier, G., & Mandl, H. (2001). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Eds.), *Pädagogische Psychologie. Ein Lehrbuch* (pp. 601–646). Weinheim.
- Saunders, J., Hilton, C., & Welch, G. F. (Eds.). (2015). *European Music Portfolio (EMP) – Maths: Sounding Ways Into Mathematics. State of the Art Papers*. Retrieved from http://maths.emportfolio.eu/images/deliverables/State_of_the_Arts_EMP_M.pdf
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on teaching and learning* (pp. 334–370). Old Tappan, NJ: Macmillan.
- Simpkins, S. D., Vest, A. E., & Becnel, J. N. (2010). Participating in sport and music activities in adolescence: the role of activity participation and motivational beliefs during elementary school. *Journal of youth and adolescence*, 39, 1368–86.
- Small, C. (1998). *Musicking: The meanings of performing and listening. Music/culture*. Hanover: University Press of New England.
- Smolej Fritz, B., & Peklaj, C. (2011). Processes of self-regulated learning in music theory in elementary music schools in Slovenia. *International Journal of Music Education*, 29, 15–27. doi:10.1177/0255761410389658
- Spychiger, M. (1997). Aesthetic and praxial philosophies of music education compared: A semiotic consideration. *Philosophy of music education review*, 5(1), 33–41.
- Spychiger, M. (2015a). Lernpsychologische Perspektiven für eine grundschulspezifische Musikdidaktik. In M. Fuchs (Ed.), *Musikdidaktik Grundschule. Theoretische Grundlagen und Praxisvorschläge* (1st ed., pp. 50–71). Esslingen: Helbling.
- Spychiger, M. (2015b). Theorie-Praxis Bezug im Mentoring. Beispiele und pädagogische Interaktionen in Praxisgesprächen. In C. Villiger (Ed.), *Zwischen Theorie und Praxis. Ansprüche und Möglichkeiten in der Lehrer(innen)bildung* (pp. 109–130). Münster [u.a.]: Waxmann.
- Spychiger, M. B. (1995). Rationales for Music Education: A View from the Psychology of Emotion. *Journal of Aesthetic Education*, 29(4), 53. doi:10.2307/3333291
- Spychiger, M. B. (2001). Understanding Musical Activity and Musical Learning as Sign Processes: Toward a Semiotic Approach to Music Education. *Journal of Aesthetic Education*, 35(1), 53. doi:10.2307/3333771
- Sternberg, R. J., & Lubart, T. I. (2000). The concept of creativity: Prospects and paradigms. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Stoll, R. W. (2001a). musik: wörter, töne zahlen. *Neue Zeitschrift für Musik*, (1), 42–47.
- Stoll, R. W. (Ed.). (2001b). *Neue Zeitschrift für Musik. CLXII/1 (January–February 2001): Magie der Zahl* [The magic of numbers] (Vol. 162). Mainz: Schott Musik International.

- Vogel, R. (2005). Patterns - a fundamental idea of mathematical thinking and learning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(5), 445–449. Retrieved from <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm055a17.pdf>
- Vogel, R. (2008). Mathematik im Kindergartenalltag entdecken und erfinden – Konkretisierung eines Konzepts zur mathematischen Denkentwicklung am Beispiel von Bewegung und Raum. In B. Daiber & W. Weiland (Eds.), *Impulse der Elementardidaktik. Eine gemeinsame Ausbildung für Kindergarten und Grundschule* (pp. 89–100). Hohengehren: Schneider Verlag.
- Vogel, R. (2014). Mathematical Situations of Play and Exploration as an Empirical Research Instrument. In U. Kortenkamp, B. Brandt, C. Benz, G. Krummheuer, S. Ladel, & R. Vogel (Eds.), *Early Mathematics Learning* (pp. 223–236). Springer New York. Retrieved from http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-4678-1_14
- Vogel, R., & Wippermann, S. (2011). Dokumentation didaktischen Wissens in der Hochschule: Didaktische Design Patterns als eine Form des Best-Practice-Sharing im Bereich von IKT in der Hochschullehre. In K. Fuchs-Kittowski, W. Umstätter, & R. Wagner-Döbler (Eds.), *Wissensmanagement in der Wissenschaft* (2nd ed., Vol. 2004, pp. 27–41). Berlin: Gesellschaft für Wissenschaftsforschung e.V. c/o Inst. f. Bibliotheks- und Informationswissenschaft der Humboldt-Universität zu Berlin. Retrieved from http://www.wissenschaftsforschung.de/JB04_27-41.pdf
- Waters, A. J., Underwood, G., & Findlay, J. M. (1997). Studying expertise in music reading: Use of a pattern-matching paradigm. *Perception & Psychophysics*, 59(4), 477–488. doi:10.3758/BF03211857
- Weber, E. W. (1991). *Schafft die Hauptfächer ab!: Plädoyer für eine Schule ohne Stress*. Gümligen [etc.]: Zytglogge.
- Wilson, B. G. (1996). *Constructivist learning environments: Case studies in instructional design*. Englewood Cliffs, N.J.: Educational Technology Publications.